Параметрическая идентификация математической модели электропривода

Владимир Чуйков, Александр Семерников (Ростовская обл.)

Рассматривается алгоритм идентификации математической модели электропривода для случая, когда его передаточную функцию можно представить в виде последовательного соединения двух инерционных и одного интегрирующего звеньев. Описана структурная схема алгоритма, представлены результаты моделирования.

Введение

При решении задач синтеза и оптимизации в процессе разработки современных систем автоматического управления (САУ) важным элементом является наличие математической модели (ММ) объекта управления (ОУ), описывающей этот объект как можно более точно. Это позволяет целенаправленно выполнять проектирование и разработку эффективных алгоритмов управления.

Точная копия математической модели редко известна на практике. Задача облегчается в том случае, если имеется структура модели, хотя значения её параметров изменяются в процессе работы системы. В качестве примера можно привести работу САУ на борту летательного аппарата [1]. Здесь структура системы известна, а значения параметров ММ заданы для номинальных условий эксплуатации (температуры, влажности, отсутствия агрессивной среды и т.п.).

Однако при изменении высоты полёта существенно изменяются условия работы САУ, например, температура на борту летательного аппарата. Это приводит к изменению сопротивления обмоток двигателей ОУ и, следовательно, к вариациям «электромеханических» постоянных времени передаточной функции; загустение смазки в механизмах ведёт к дополнительному изменению динамических свойств приводов.

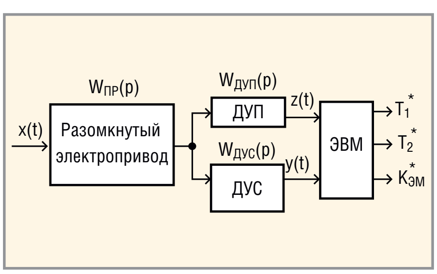

Рис. 1. Структурная схема алгоритма идентификации электропривода

В такой ситуации процедуру идентификации можно рассматривать как задачу уточнения параметров ММ ОУ по экспериментальным данным в зависимости от условий его эксплуатации.

В терминах теории анализа электрических цепей задача идентификации достаточно исследована, и её решение в основном сводится к анализу переходной функции электрической цепи при подаче на её вход единичного скачка тестирующего напряжения [2].

В качестве примера приведены [3] эпюра и выражение для переходной характеристики $h(t) = k[t - T(1 - \exp(-t/T))]$ интегрирующего звена с замедлением с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{k}{(Tp+1)p},$$

которая, как известно, соответствует передаточной функции электропривода с коэффициентом передачи k и электромеханической постоянной времени T при использовании его простейшей модели.

Из соотношения для $h(t)$ следует, что отрезок, отсекаемый асимптотой переходной функции на оси времени, равен T, а угол наклона асимптоты пропорционален арктангенсу k.

На этом принципе построены известные процедуры идентификации [1, 4], которые сводятся к анализу напряжения $z(t)$ на выходе датчика углового положения (ДУП), жёстко связанного с выходным валом электропривода, при воздействии на вход разомкнутого электропривода тестирующего напряжения $x(t)$. Однако в этом случае возможна идентификация только самой простейшей ММ электропривода.

Постановка задачи

В данной статье рассматривается алгоритм определения коэффициента передачи по угловой скорости $K_{ЭМ}$ и постоянных времени T_1, T_2 для более сложной ММ привода, когда его передаточную функцию по углу $W_{пр}(p)$ можно представить в виде:

$$W_{пр}(p) = \frac{K_{ЭМ}}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)p}. \quad (1)$$

Структурная схема алгоритма представлена на рисунке 1, где: $z(t)$ и $y(t)$ – отклики на выходах датчиков углового положения (ДУП) и угловой скорости (ДУС) соответственно на скачок напряжения $x(t)$ с амплитудой A; T_1^*, T_2^* – оценки первой и второй постоянных времени электропривода соответственно; $K^*_{ЭМ}$ – оценка коэффициента передачи по угловой скорости электропривода; $W_{ДУП}(p)$ и $W_{ДУС}(p)$ – передаточные функции датчиков углового положения и угловой скорости соответственно. Для упрощения выкладок полагается, что $W_{ДУП}(p) = 1$ и $W_{ДУС}(p) = 1p$.

Процедура идентификации сводится к тому, что на вход разомкнутого электропровода подаётся скачок напряжения, а в ЭВМ выполняется совместный анализ откликов $z(t)$ и $y(t)$ после их предварительного аналого-цифрового преобразования.

Рассмотрим предлагаемый алгоритм идентификации подробнее. Анализ структурной схемы показывает, что при использовании описания передаточной функции привода в виде (1) отклик $y(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T_2)$ (переходная характеристика по скорости) описывается соотношением:

$$y(t; K_{ЭМ}; A; T_1, T_2) =$$
$$= \Omega_{ном}\left\{\frac{T_1}{T_2 - T_1}e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2}{T_2 - T_1}e^{-\frac{t}{T_2}} + 1\right\}, \quad (2)$$

где $\Omega_{ном} = K_{ЭМ}A$ – номинальное (установившееся) значение скорости вращения вала электропривода.

Из выражения (2) следует:

- сохранив в памяти ЭВМ значения $y(t;\ K_{ЭМ};\ A;\ T1;\ T2)$ в диапазоне скоростей, лежащих от нуля до её установившегося значения, можно, кроме оценки установившегося значения скорости $\Omega^*_{ном}$, определить оценку времени $t^*_{уст}$, при котором скорость вращения двигателя достигает $0{,}95\Omega^*_{ном}$;
- оценку коэффициента передачи по скорости $K^*_{ЭМ}$ тестируемого электропривода в соответствии с вышесказанным можно произвести по формуле:

$$K^*_{ЭМ} = \frac{\Omega^*_{ном}}{A}. \qquad (3)$$

Анализ структурной схемы также показывает, что $z(t;\ K_{ЭМ};A;\ T_1;\ T_2)$ (переходная характеристика по угловому положению) описывается соотношением:

$$z(t;K_{ЭМ};A;T_1;T_2) = \\ = K_{ЭМ}A\left\{\frac{-T_1^2}{T_2-T_1}e^{-\frac{t}{T_1}} + \right. \\ \left. + \frac{T_2^2}{T_2-T_1}e^{-\frac{t}{T_2}} - T_2 - T_1 + t\right\}. \qquad (4)$$

Из формулы (4) следует, что для зависимости асимптоты $P(t;\ K_{ЭМ};\ A;\ T_1;\ T_2)$ функции $z(t;K_{ЭМ};A;T_1;T_2)$ можно записать [5]:

$$P(t;K_{ЭМ};A;T_1;T_2) = \\ = z(t;K_{ЭМ};A;T_1;T_2)|_{t\to\infty} = \\ = K_{ЭМ}A\{t-(T_2+T_1)\}. \qquad (5)$$

Отсюда можно сделать вывод, что если определено уравнение асимптоты переходной характеристики по углу, то из него может быть найдена оценка постоянной времени τ^*_2, где $\tau_2 = T_1 + T_2$. Действительно, из (5) следует, что τ_2 определяется как значение момента времени $t = T_2 + T_1$, при котором функция $P(t;K_{ЭМ};A;T_1;T_2)$ равна нулю (точка пересечения асимптоты с осью абсцисс).

Дополнительно проведённые исследования показали, что с методической ошибкой, не превышающей нескольких процентов, для определения τ^*_2 вместо уравнения асимптоты можно использовать уравнение касательной к функции $z(t)$, построенной по результатам экспериментов в точке $(t_{уст},\ z(t_{уст}))$.

Далее, для реализации предлагаемого алгоритма необходимо выполнить аппроксимацию записанной в памяти ЭВМ характеристики $y(t;K_{ЭМ};A;T_1;T_2)$ тестируемого привода вспомогательной аппроксимирующей функцией $y_{апр}\left(t;\tau^*_2;d;K^*_{ЭМ}\right)$, где d – некоторый единственный определяемый в процессе оптимизации вспомогательный параметр.

Определим выражение

$$y_{апр}\left(t;\tau^*_2;d;K^*_{ЭМ}\right),$$

являющееся описанием отклика на выходе ДУС на $x(t)$, для случая, когда вместо $W_{пр}(p)$ используется эквивалентная ей передаточная функция апериодического звена второго порядка $W^A_{пр}(p)$ [6]:

$$W^A_{пр}(p) = \frac{K_{ЭМ}}{p\left(\tau_1^2p^2+\tau_2p+1\right)}, \qquad (6)$$

где

$$\tau_2 = T_1 + T_2,\ \tau_1 = \frac{\tau_2}{2d},\ а\ d > 1. \qquad (7)$$

Тогда из рисунка 1 следует, что в этом случае отклик ДУС в операторной форме имеет вид [6]:

$$Y_{апр}(p) = \frac{A\,K_{ЭМ}}{p\left(\tau_1^2p^2+\tau_2p+1\right)}. \qquad (8)$$

С учётом (7) соотношение (8) можно записать следующим образом:

$$Y_{апр}(p) = \frac{4d^2A\,K_{ЭМ}}{\tau_2^2p\left(p^2+\frac{4d^2}{\tau_2}p+\frac{4d^2}{\tau_2^2}\right)}. \qquad (9)$$

Разложим $Y_{апр}(p)$ на простейшие дроби [3]:

$$Y_{апр}(p) = \frac{4d^2AK_{ЭМ}}{\tau_2^2}\times \\ \times\left(\frac{D}{p}+\frac{B}{p-p_1}+\frac{C}{p-p_2}\right), \qquad (10)$$

где p_1 и p_2 – корни уравнения

$$p^2+\frac{4d^2}{\tau_2}p+\frac{4d^2}{\tau_2^2}=0. \qquad (11)$$

Нетрудно показать, что из (10) и (11) следует:

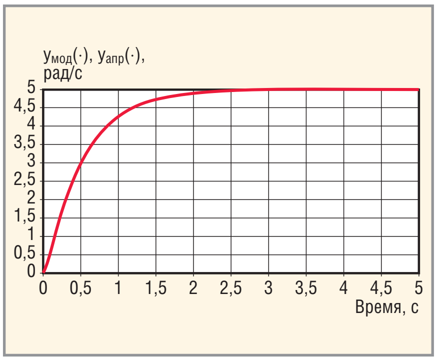

Рис. 2. Эксперимент 1

Переходная характеристика по скорости $y_{мод}(\bullet)$ для модели тестируемого привода с $K_{ЭМ} = 5{,}0$; $T_1 = 0{,}05$ с; $T_2 = 0{,}50$ и аппроксимирующая кривая $y_{апр}(\bullet)$ с $K^*_{ЭМ} = 5{,}0$; $\tau^*_2 = 0{,}542094$ с практически сливаются

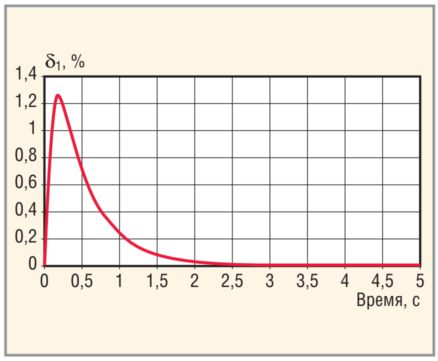

Рис. 3. Эксперимент 1

Относительная текущая ошибка между переходной характеристикой по скорости $y_{мод}(\bullet)$ для модели тестируемого привода с $K_{ЭМ} = 5{,}0$; $T_1 = 0{,}05$ с; $T_2 = 0{,}5$ с и аппроксимирующей кривой $y_{апр}(\bullet)$ с $K^*_{ЭМ} = 5{,}0$; $\tau^*_2 = 0{,}542094$ с

$$Y_{апр}(p)=\frac{4d^2AK_{ЭМ}\left[p^2(D+B+C)-p\left(D(p_1+p_2)+Bp_2+Cp_1\right)+Dp_1p_2\right]}{\tau_2^2\,p(p-p_1)(p-p_2)},\qquad(12)$$

где $$p_1=\frac{2d^2}{\tau_2}\left(-1+\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}\right),$$

$$p_2=\frac{2d^2}{\tau_2}\left(-1-\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}\right).\qquad(13)$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях p в числителе (12), получим систему из трёх уравнений для определения D, B, C:

$$\begin{cases}D+B+C=0;\\ D(p_1+p_2)+Bp_2+Cp_1=0;\\ Dp_1p_2=1.\end{cases}\qquad(14)$$

Решив систему уравнений (14), с учётом (13) получим:

$$D=\frac{\tau_2^2}{4d^2},\quad B=\frac{\tau_2^2}{2d^2}\left(\frac{-1-\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}{\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}\right),$$

$$C=\frac{\tau_2^2}{8d^2}\left(\frac{1-\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}{\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}\right).\qquad(15)$$

В итоге для $Y_{апр}(p)$ получим:

$$Y_{апр}(p)=AK_{ЭМ}\left[\frac{1}{p}-\frac{1+\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}{2\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}\frac{1}{\left(p-\frac{4d^2}{\tau_2}\left(-1+\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}\right)\right)}+\frac{1-\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}{2\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}\frac{1}{p-\frac{2d^2}{\tau_2}\left(-1-\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}\right)}\right].\qquad(16)$$

Перейдя к оригиналу, для аппроксимирующей функции получим:

$$y_{апр}(t;\tau_2^*;d;K^*_{ЭМ})=K_{ЭМ}A\left[1-\frac{1+\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}{2\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}\exp\left(-\frac{2d^2}{\tau_2^*}\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}\right)t\right)+\frac{1+\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}{2\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}}\exp\left(-\frac{2d^2}{\tau_2^*}\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{d^2}}\right)t\right)\right].\qquad(17)$$

Особенностью выражения (17) является то, что параметр d – единственное неизвестное. Поэтому (17) удобно использовать для аппроксимации записанной в памяти ЭВМ разгонной характеристики тестируемого привода.

В результате аппроксимации определяется значение $d = d_0$ функции $y_{апр}(t; \tau^*_2; d; K^*_{ЭМ})$, при котором средний квадрат ошибки между $y(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T_2)$ и $y_{апр}(t; \tau^*_2; d; K^*_{ЭМ}; A)$ на всём анализируемом интервале времени $\{0, t_{уст}\}$ будет минимальным.

Сравнение (2) и (17) показывает, что оценки постоянных времени T^*_1 и T^*_2 и параметры τ^*_2 и d_0 связаны формулами:

$$T_1^*=\frac{\tau_2^*}{2d_0^2\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{d_0^2}}\right)}$$

$$T_2^*=\frac{\tau_2^*}{2d_0^2\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{d_0^2}}\right)},\qquad(18)$$

которые используются для определения T^*_1 и T^*_2 по найденным значениям τ^*_2 и d_0.

Моделирование алгоритма

Для проверки работоспособности алгоритма, в пакете программ *Matlab* проводилось математическое моделирование его работы в такой последовательности:

1. Была создана имитационная модель тестируемого электропривода. Для этого были заданы постоянные времени T_1, T_2 и коэффициент передачи по скорости $K_{ЭМ}$ модели, а также амплитуда A тестирующего напряжения;
2. По формуле (2) для заданных T_1, T_2 и $K_{ЭМ}$ была рассчитана переходная характеристика модели тестируемого двигателя по скорости $y_{мод}(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T_2)$:

$$y_{мод}(t;K_{ЭМ};A;T_1;T_2)=$$

$$=K_{ЭМ}A\left\{\frac{T_1}{T_2-T_1}e^{-\frac{t}{T_1}}-\frac{T_2}{T_2-T_1}e^{-\frac{t}{T_2}}+1\right\}.\qquad(19)$$

3. По характеристике $y_{мод}(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T_2)$ были определены значения $t^*_{уст}$ и $K^*_{ЭМ}$;
4. По формуле (4) для заданных T_1, T_2, $K_{ЭМ}$ была рассчитана переходная характеристика модели тестируемого двигателя по угловому положению $z_{мод}(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T2)$;

Таблица 1. Результаты проведения эксперимента 1

Параметры эксперимента 1	Значение параметров эксперимента 1
Отношение постоянных времени, T_1/T_2	0,1
Значение первой постоянной времени T_1, с	0,050
Значение оценки первой постоянной времени T_1^*, с	0,041
Относительная погрешность измерения первой постоянной времени в первом эксперименте $\gamma_{11°}$, %	1,8
Значение второй постоянной времени T_2, с	0,50
Значение оценки второй постоянной времени T_2^*, с	0,501
Относительная погрешность измерения второй постоянной времени в первом эксперименте $\gamma_{12°}$, %	0,6
Оценка суммы значений первой и второй постоянных времени τ_2^*, с	0,542094
Оценка коэффициента передачи по скорости привода $K^*_{ЭМ}$, рад/(сВ)	5,0
Значение параметра d0 для первого эксперимента d_{01}	1,893
Максимальное значение относительной текущей ошибки между разгонными кривыми имитационной модели привода и аппроксимирующей кривой для первого эксперимента δ_1, %	1,25%

Таблица 2. Результаты проведения эксперимента 2

Параметры эксперимента 2	Значение параметров эксперимента 2
Отношение постоянных времени, T_1/T_2	0,4
Значение первой постоянной времени T_1, с	0,200
Значение оценки первой постоянной времени T_1^*, с	0,196
Относительная погрешность измерения первой постоянной времени во втором эксперименте $\gamma_{21°}$, %	2,0
Значение второй постоянной времени T_2, с	0,500
Значение оценки второй постоянной времени T_2^*, с	0,497
Относительная погрешность измерения второй постоянной времени во втором эксперименте $\gamma_{22°}$, %	0,6
Оценка суммы значений первой и второй постоянных времени τ_2^*, с	0,693169
Оценка коэффициента передачи по скорости привода $K^*_{ЭМ}$, рад/(сВ)	5,0
Значение параметра d0 для первого эксперимента d_{02}	1,110
Максимальное значение относительной текущей ошибки между разгонными кривыми имитационной модели привода и аппроксимирующей кривой для первого эксперимента δ_2, %	0,54%

Таблица 3. Результаты проведения эксперимента 3

Параметры эксперимента 3	Значение параметров эксперимента 3
Отношение постоянных времени, T_1/T_2	0,600
Значение первой постоянной времени T_1, с	0,300
Значение оценки первой постоянной времени T_1^*, с	0,289
Относительная погрешность измерения первой постоянной времени во втором эксперименте $\gamma_{31°}$, %	3,7
Значение второй постоянной времени T_2, с	0,500
Значение оценки второй постоянной времени T_2^*, с	0,502
Относительная погрешность измерения второй постоянной времени во втором эксперименте $\gamma_{32°}$, %	4,0
Оценка суммы значений первой и второй постоянных времени τ_2^*, с	0,790136
Оценка коэффициента передачи по скорости привода $K^*_{ЭМ}$, рад/(сВ)	5,0
Значение параметра d0 для первого эксперимента d_{03}	1,038
Максимальное значение относительной текущей ошибки между разгонными кривыми имитационной модели привода и аппроксимирующей кривой для первого эксперимента δ_3, %	0,75%

5. По значениям $z_{мод}(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T_2)$ определена зависимость касательной $P(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T2)$ к функции $z_{мод}(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T_2)$ в точке ($t_{уст}$, $z(t_{уст})$);
6. Из уравнения $P(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T_2)$ определена оценка постоянной времени τ_2^*;
7. Выполнена аппроксимация разгонной характеристики $y_{мод}(t; K_{ЭМ}; A; T_1; T_2)$ имитационной модели тестируемого привода аппроксимирующей функцией $y_{апр}$(t; τ_2^*; d; $K^*_{ЭМ}$), в результате чего найдено значение d_0;
8. По найденным значениям τ_2^* и d_0 в соответствии с формулами (18) определены T_1^* и T_2^* модели тестируемого привода.

В процессе моделирования были выполнены три эксперимента, которые отличались значениями постоянных времени T_1 и T_2 имитационной модели тестируемого электропривода. Амплитуда напряжения A во всех экспериментах задавалась равной 1 В, коэффициент передачи по скорости $K_{ЭМ}$ составлял 5 рад/(сВ).

Результаты проведения первого эксперимента, где для имитационной модели привода задавалось $T_1 = 0{,}05$ с при $T_2 = 0{,}50$ с, представлены на рисунках 2 и 3 и в таблице 1.

Результаты проведения второго эксперимента, где для имитационной модели привода задавалось $T_1 = 0{,}20$ с при $T_2 = 0{,}50$ с, представлены на рисунках 4 и 5 и в таблице 2.

Результаты проведения третьего эксперимента, где для имитационной модели привода задавалось $T_1 = 0{,}30$ с при $T_2 = 0{,}50$ с, представлены на рисунках 6 и 7 и в таблице 3.

Выводы

Результаты проверки работоспособности алгоритма в процессе его моделирования с использованием имитационной модели позволяют сделать следующие выводы:

- при уменьшении разности между постоянными времени привода относительная погрешность идентификации возрастает;
- максимальная относительная погрешность определения постоянных времени в достаточно широком диапазоне значений отношения постоянных времени не превышает 4%;
- максимальное значение относительной текущей ошибки между

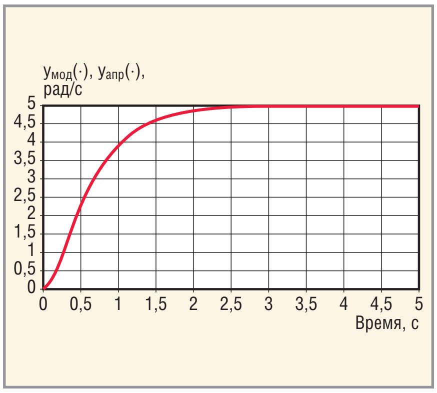

Рис. 4. Эксперимент 2

Переходная характеристика по скорости $y_{мод}(\bullet)$ для модели тестируемого привода с $K_{ЭМ} = 5,0$; $T_1 = 0,2$ с; $T_2 = 0,5$ с и аппроксимирующая кривая $y_{апр}(\bullet)$ с $K^*_{ЭМ} = 5,0$; $\tau^*_2 = 0,542094$ с практически сливаются

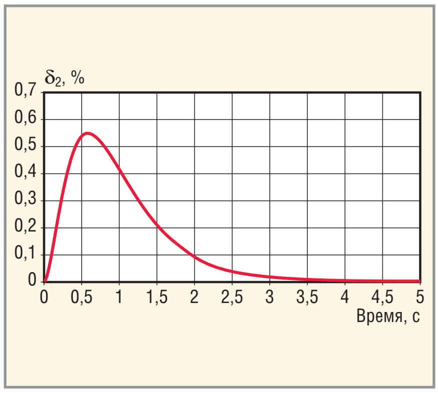

Рис. 5. Эксперимент 2

Относительная текущая ошибка между переходной характеристикой по скорости $y_{мод}(\bullet)$ для модели тестируемого привода $y_{мод}(\bullet)$ с $K_{ЭМ} = 5,0$; $T_1 = 0,2$ с; $T_2 = 0,5$ с и аппроксимирующей кривой $y_{апр}(\bullet)$ с $K^*_{ЭМ} = 5,0$; $\tau^*_2 = 0,693169$ с

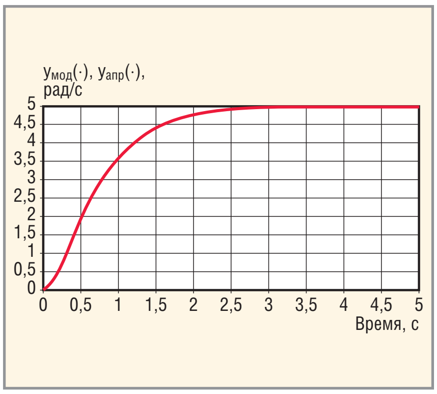

Рис. 6. Эксперимент 3

Переходная характеристика по скорости $y_{мод}(\bullet)$ для модели тестируемого привода с $K_{ЭМ} = 5,0$; $T_1 = 0,3$ с; $T_2 = 0,50$ с и аппроксимирующая кривая $y_{апр}(\bullet)$ с $K^*_{ЭМ} = 5$; $\tau^*_2 = 0,790136$ с практически сливаются

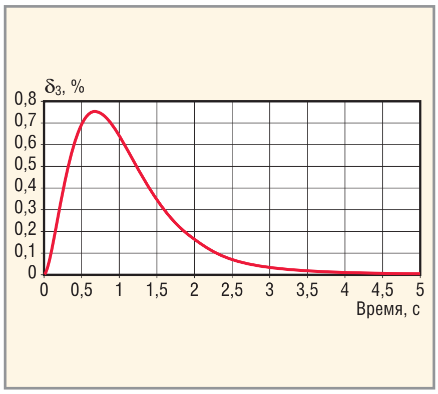

Рис. 7. Эксперимент 3

Относительная текущая ошибка между переходной характеристикой по скорости $y_{мод}(\bullet)$ для модели тестируемого привода с $K_{ЭМ} = 5,0$; $T_1 = 0,3$ с; $T_2 = 0,5$ с и аппроксимирующей кривой $y_{апр}(\bullet)$ с $K^*_{ЭМ} = 5,0$; $\tau^*_2 = 0,790136$ с

разгонными кривыми для имитационной модели тестируемого привода и аппроксимирующей кривой в выбранном при моделировании диапазоне отношений постоянных времени не превышает 1,25%;

- погрешность определения коэффициента передачи привода определяется временем расчёта переходного процесса. Если это время пятикратно превышает время установления переходного процесса, то погрешность определения коэффициента передачи не превышает 1%;
- предлагаемый алгоритм идентификации электропривода для случая, когда его математическая модель представима в виде последовательного соединения передаточных функций двух инерционных и одного интегрирующего звеньев, позволяет с достаточной для практического применения точностью определять коэффициент передачи по угловой скорости электропривода и обе постоянные времени.

Литература

1. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. Под ред. *К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова*. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.
2. *Атабеков Г.И.* Теоретические основы электротехники: Линейные электрические цепи. Лань, 2008.
3. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического управления. Профессия, 2004.
4. *Дейч А.М.* Методы идентификации динамических объектов. Энергия, 1979.
5. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Лань, 2009.
6. *Красовский А.А., Поспелов Г.С.* Основы автоматики и технической кибернетики. Госэнергоиздат, 1962.