

# MathSpice – аналитический PSpice-движок для OrCAD и MicroCAP

## Часть 4. Расчёт цепей постоянного тока в MathSpice

Олег Петраков (Москва)

Несмотря на то что интерфейс программы MSpice состоит всего из двух директив, она является весьма универсальной. Особенно эффективно применение MSpice в нелинейных задачах. В предлагаемой статье это показано на примерах, которые знакомят читателя с основными правилами использования директив.

### «Власть над звёздами»

Эта задача решается практически во всех учебниках по электротехнике (рис. 1). Попробуем преобразовать звезду в треугольник с помощью MSpice без подробного объяснения правил использования законов Кирхгофа. Программа MSpice в основном требует находчивости и эрудиции в общих вопросах применения математических методов при расчётах электрических схем. Когда появится уверенность в надёжности результатов MSpice, о законах можно забыть и действовать по интуиции.

```
> restart:read(`m:/PMAPLE/ES-olver.m`);with(MSpice):
```

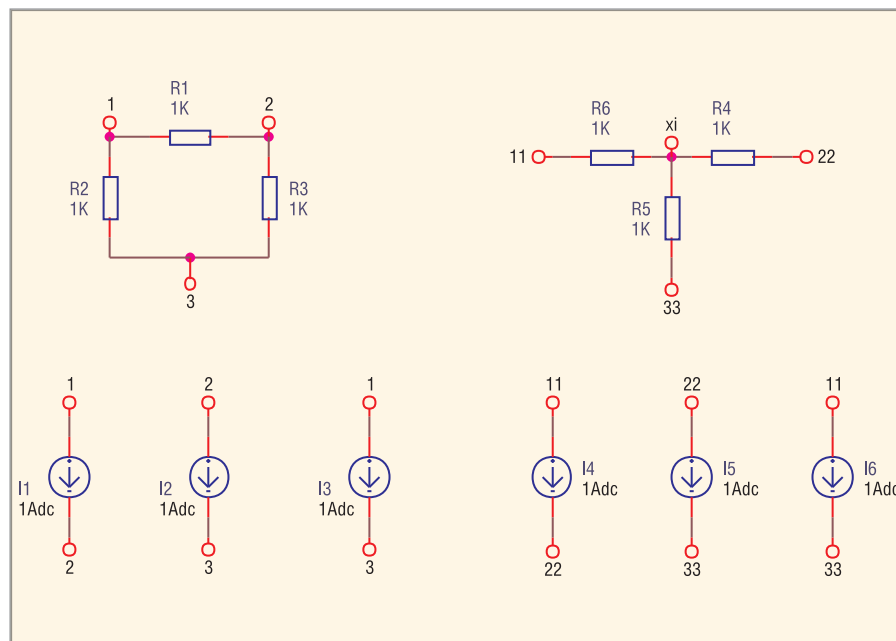


Рис. 1. Схема треугольника и звезды

$$-I_2 + \frac{V_3 - V_2}{R_3} + \frac{V_1 - V_2}{R_1} + I_1 = 0.$$

**Решения**  
**{V33, Vxi, V3, V2, V1, V22, V11}**

```
MSpice v8.52:
http://pspicelib.narod.ru
Заданы узлы: {} Источники: [I1,
I2, I3, I5, I6, I4]
Решения V_NET: [V33, Vxi, V3, V2,
V1, V22, V11]
J_NET: [J1, J3, JR4, JR2, JR5,
J5, JR6, J2, J4, JR3, J6, JR1]
```

Методом вольтметра и амперметра найдём входные сопротивления:

```
> R_1_2:=simplify(subs(I2=0,I3=0,
(V2-V1)/I1));
R_3_2:=simplify(subs(I1=0,I3=0,
(V3-V2)/I2));
R_1_3:=simplify(subs(I1=0,I2=0,
(V3-V1)/I3));
```

$$R_{1\_2} := \frac{R_1(R_3 + R_2)}{R_2 + R_1 + R_3}$$

$$R_{3\_2} := \frac{R_3(R_2 + R_1)}{R_2 + R_1 + R_3}$$

$$R_{1\_3} := \frac{R_2(R_3 + R_1)}{R_2 + R_1 + R_3}$$

```
> R_11_22:=simplify
(subs(I5=0,I6=0,(V22-V11)/I4));
R_33_22:=simplify(subs(I4=0,I6=0,
(V33-V22)/I5));
R_11_33:=simplify(subs(I4=0,I5=0,
(V33-V11)/I6));
```

$$R_{11\_22} := R_4 + R_6$$

$$R_{33\_22} := R_5 + R_4$$

$$R_{11\_33} := R_6 + R_5$$

По условиям преобразования, сопротивления со стороны подобных выводов равны.

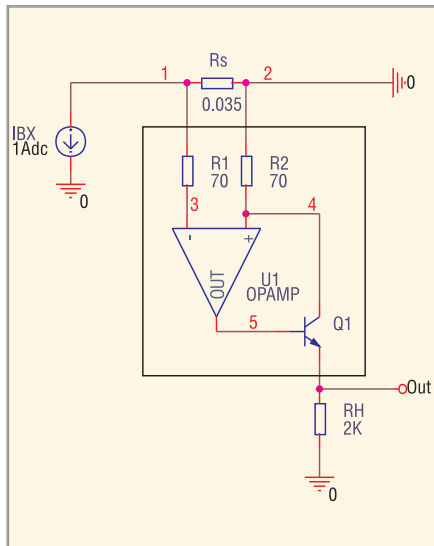


Рис. 2. Интегральный датчик тока

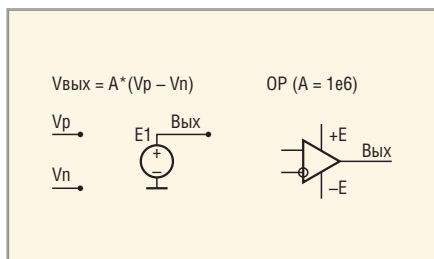


Рис. 3. DC1-модель операционного усилителя

Тогда составим уравнения и решим их:

```
> eq1:= R_1_2 = R_11_22:
eq2:= R_3_2 = R_33_22:
eq3:= R_1_3 = R_11_33:
> solve({eq1,eq2,eq3},{R4,R5,R6}),
print('Преобразование треугольника
в звезду');
```

Преобразование треугольника в звезду:

$$\{R5 = \frac{R2R3}{R2+R1+R3},$$

$$R4 = \frac{R3R1}{R2+R1+R3},$$

$$R6 = \frac{R2R1}{R2+R1+R3}\}$$

```
> solve({eq1,eq2,eq3},{R1,R2,R3}),
print('Преобразование звезды в
треугольник');
```

Преобразование звезды в треугольник:

$$\{R1 = \frac{R4R6+R6R5+R4R5}{R5},$$

$$R2 = \frac{R4R6+R6R5+R4R5}{R4},$$

$$R3 = \frac{R4R6+R6R5+R4R5}{R6}\}$$

### Датчик тока на ОУ и транзисторе

Микросхема MAX471 содержит усилитель и 35-мОм резистивный датчик и может измерять постоянный ток до 3 А; ИС типа MAX472 может измерять большие токи, но при этом использует внешний измерительный резистор. Это – очень удобные датчики, поскольку они формируют сигнал относительно общего провода, что позволяет упростить схемы контроля токов. Датчик MAX471 не требует отдельного источника питания и допускает входное напряжение до 40 В. Обе схемы чрезвычайно экономичны и могут работать в портативной аппаратуре.

На рисунке 2 приведена упрощённая схема датчика тока. Произведём аналитический расчёт этой схемы с использованием идеализированной модели ОУ (см. рис. 3).

```
> restart:read('m:/PMAPLE/ES-
olver.m');with(MSpice):De-
vices:=[[OP,DC1,21]:
ESolve(Q,'DT-
PSpiceFiles/SCHEMATIC1/SCHEMATIC1
.net');
```

DC1 модель ОУ OrCAD

Система уравнений Кирхгофа:

$$-I_{BX} - \frac{V1}{R_s} - \frac{V1-V3}{R1} = 0,$$

$$-\frac{VOUT}{R_H} + \frac{(A1(V4-V3)-VOUT)\beta1}{R\beta1} -$$

$$-\frac{VOUT-A1(V4-V3)}{R\beta1} = 0,$$

$$\frac{V4}{R2} - \frac{(A1(V4-V3)-VOUT)\beta1}{R\beta1} = 0,$$

$$\frac{V1-V3}{R1} = 0.$$

### Решения (V1,V4,V3,VOUT)

```
MSpice v8.52:
http://pspicelib.narod.ru
Заданы узлы: {} Источники: [Jэ1,
Iвх]
Решения V_NET: [V1, V4, V5, V3,
VOUT]
J_NET: [Je, JJэ1, JFт1, JRэб1, Jвх,
JRs, JR1, JRH, JR2, Jk, JT, JA1]
```

Найдём коэффициент передачи:

```
> VOUT:=simplify(VOUT);
```

$$VOUT' := \frac{A1I_{BX} R_s R_H (\beta1+1)}{R\beta1 + R_H + \beta1 R2 A1 + \beta1 R_H}$$

Для упрощения формул примем, что ОУ являются идеальными и обладают бесконечным усилением:

```
> OUT:=simplify(limit(VOUT,A1=in-
finity));
```

$$VOUT' := \frac{I_{BX} R_s R_H (\beta1+1)}{\beta1 R2}$$

Для дальнейшего упрощения формул примем, что транзистор имеет большое усиление по току:

```
> OUT:=Limit(OUT,beta1=infin-
ity)=simplify(limit(OUT,beta1=in-
finity));
```

$$OUT' := \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{I_{BX} R_s R_H (\beta1+1)}{\beta1 R2} \right) = \frac{I_{BX} R_s R_H}{R2}$$

Тогда крутизна преобразования тока в напряжение будет определяться выражением:

```
> S=rhs(OUT)/Iвх;
```

$$S = \frac{R_s R_H}{R2}$$

Очевидно, что требуемый коэффициент преобразования S легко устанавливается выбором R<sub>H</sub>. Окончательно получаем следующее выражение для напряжения на резисторе R<sub>H</sub>:

```
> OUT:=subs(Iвх*Rs*RH/R2=S,
rhs(OUT))*Iвх;
S:=rhs(%)/Iвх;
OUT:= S Iвх
```

Для схемы с указанными номиналами имеем:

```
> Values(DC,RLCVI,[1]):
Ввод номиналов компонентов:
Rs:=0.035: [0.035]
R1:=70: [70]
RH:=2e3: [2K]
R2:=70: [70]
A1:=1e6: [1e6]
beta1:=100: [100]
Fт1:=100e3: [100e3]
```

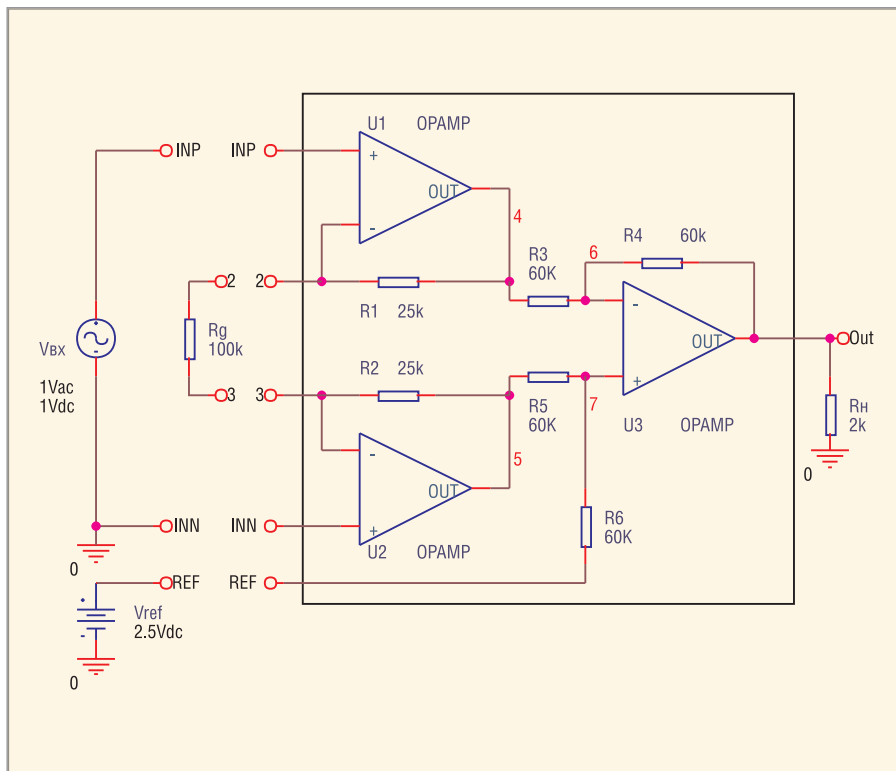


Рис. 4. Инструментальный усилитель на базе трёх ОУ

```

Jэ1:=1e-3:
Rэб1:=(k*Tkelvin/e*(1+beta1)/Jэ1):
e:=.1602176462e-18:
k:=.1380650277e-22:
Tkelvin:=300: [300]
DC источник: Iвх:=1:
E1_U1:=(A1*(V4-V3)):
H_Q1_KT315A:=((V5-
VOUT)*beta1/Rэб1):
> Iвх:=Iвх; S:=S; OUT:=OUT;
VOUT:=VOUT, `при отсутствии идеа-
лизации`;
Iвх:=1
S:=1.0000000000
OUT:=1.000000000
VOUT:=1.009970478, при отсутствии
идеализации
    
```

Таким образом, крутизна преобразования тока в напряжение нашей схемы составляет 1 В/А.

**ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ**

Если вы разработчик и пользуетесь материалами журнальных статей, книг и публикаций в Интернете, то, вероятно, сталкивались с тем, что иногда в них бывают ошибки в предлагаемых расчётных формулах, или формулы до предела упрощены, или в них представлены не все требуемые выражения. В результате точность расчётов оставляет желать лучшего. Программа MSpice не упрощает и не отбрасывает малозначащие члены, если вы того не пожелаете,

поэтому вы получите полноценные решения.

Показанная на рисунке 4 топология инструментальных усилителей (ИУ) является базовой для сравнения их характеристик. Эти устройства обеспечивают большой диапазон коэффициента передачи (0..80 дБ) при высоком быстродействии. Симметричные инвертирующая и неинвертирующая части схемы ИУ обеспечивают большее ослабление синфазного сигнала. В некоторых типах ИУ используются входные операционные усилители с токовой обратной связью, которые сохраняют широкую полосу пропускания даже при большом коэффициенте передачи.

```

> restart:read(`m:/PMAPLE/ES-
olver.m`);with(MSpice):
Devices:=[E,[OP,DC1,5]]:
ESolve(Q,`op-PSpiceFiles/SCHEMA-
TIC1/SCHEMATIC1.net`);
    
```

DC1 модель ОУ OrCAD (см. рис. 3)  
Система уравнений Кирхгофа:

$$\frac{V_{ref}-V_7}{R_6} + \frac{-AV_3-V_7}{R_5} = 0,$$

$$\frac{V_3-V_2}{R_g} - \frac{V_2-A(V_{INP}-V_2)}{R_1} = 0,$$

$$\frac{A(V_7-V_6)-V_6}{R_4} + \frac{A(V_{INP}-V_2)-V_6}{R_3} = 0,$$

$$-\frac{V_3-V_2}{R_g} - \frac{V_3+AV_3}{R_2} = 0.$$

**Решения {V2,V7,V6,V3}**

```

MSpice v8.52:
http://pspicelib.narod.ru
Заданы узлы: {VREF, VINP} Источ-
ники: [Vref, Vbx]
Решения V_NET: [VOUT, V2, V7, V6,
V3, V4, V5]
J_NET: [JVref, JR1, JR6, JR4,
JRg, JR5, JR2, JR3, JRH, JA, JVbx]
    
```

Найдём коэффициент передачи:

```

K:=simplify(VOUT/Vbx,'size');
K:=((((((-Vbx+Vref)Rg-VbxR1)R4+
+VrefRgR3)R5-VbxR6((R2+R1+
+Rg)R4+R2R3))^2+((( -Vbx+
+2Vref)Rg+(R1+R2)(-Vbx+
+Vref))R4+VrefR3(R2+R1+2Rg))R5-
-R4VbxR6(R2+R1+Rg))A+VrefR5(R3+
+R4)(R2+R1+Rg)A)/
/((R5+R6)(1+A)(RgA+R2+R1+
+Rg)(R3A+R4+R3)Vbx).
    
```

Для упрощения формул примем, что ОУ являются идеальными и обладают бесконечным усилением:

```

> K_inf:=Limit('K',A=infinity)=sim-
plify(limit(K,A=infinity),'size');
    
```

$$K_{inf} := \lim_{x \rightarrow \infty} K = \left( \left( (-R_5 - R_6)R_g + (-R_2 - R_1)R_6 - R_5R_1 \right)R_4 - R_6R_2R_3 \right) V_{bx} + R_5R_gV_{ref}(R_3 + R_4) / \left( (R_5 + R_6)R_gR_3V_{bx} \right)$$

При выполнении условия eq2 это выражение упростится:

```

> eq2:= R4/R3=R6/R5;
R3:=solve(eq2,R3);
K_inf:=collect(simplify(rhs(K_inf)),Rg);
    
```

$$eq2 := \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_6}{R_5}$$

$$R3 := \frac{R5 R4}{R6}$$

$$K_{inf} := \frac{-V_{Bx} R6 + R5 V_{ref}}{R5 V_{Bx}} + \frac{-R2 V_{Bx} R6 - R1 R6 V_{Bx}}{R5 V_{Bx} Rg}$$

Если все резисторы одинаковые ( $R4=R3=R6=R5$ ), окончательно получим:

```
> R6:=R5: K_inf:=collect(sim-
plify(K_inf),Vbx);
```

$$K_{inf} := \frac{-Rg - R1 - R2}{Rg} + \frac{V_{ref}}{V_{Bx}}$$

Для получения численных значений подставим номиналы компонентов из схемы:

```
> Values(DC,RLCVI,[A]):A:=1e5:
Ввод номиналов компонентов:
R6:=60e3: [60K]
R4:=60e3: [60k]
Rg:=100e3: [100k]
R5:=60e3: [60K]
R2:=25e3: [25k]
R1:=25e3: [25k]
```

```
R3:=60e3: [60K]
Rн:=2e3: [2k]
DC источник: Vbx:=1:
DC источник: Vref:=2.5:
E1_U3:=(A*(V7-V6)):
E1_U2:=(A*(V0-V3)):
E1_U1:=(A*(VINP-V2)):
> ['K_inf'=K_inf, ['K'=K,
'VOUТ'=VOUТ,` - при отсутствии
идеализации`]];
[K_inf=1.000000000
[K:=1.000002500, VOUТ=1.0000, при
отсутствии идеализации ]
```

### ГИРАТОР НА ТРАНЗИСТОРАХ

Программа MSpice позволяет в одном проекте анализировать несколько схем при условии, что названия узлов не повторяются. Такие ситуации возникают при поисковых работах, когда рассматриваются несколько вариантов технического решения одной и той же задачи. Комбинируя русский и латинский шрифт, некоторые названия узлов внешне можно сделать одинаковыми (Vx1, Vx2), но возникает вероятность запутаться в обозначениях. Поэтому лучше делать названия разными.

Достоинством гиратора является возможность получать эквивалентные индуктивности на основе активной RC-цепи. Действительно, если в рассматриваемом устройстве (см. рис. 4) установить конденсатор С на место Z, то сопротивление Z<sub>вх</sub> будет иметь чисто индуктивный характер. Подобные «схемные» индуктивности позволяют строить малогабаритные и высокочастотные LC-фильтры, предназначенные для работы в области низких частот. При проектировании подобных цепей находит применение достаточно хорошо разработанная классическая теория LC-фильтров, а при их изготовлении – современная интегральная технология.

Полученные ниже выражения показывают, что цепь, показанная на рисунке 5, является инвертором сопротивления или гиратором. Для расчёта использовалась модель транзистора, приведённая на рисунке 6.

```
> restart:read(`F:/PMAPLE/ES-
olver.m`);with(MSpice):De-
vices:=[E,[BJT,DC1,7]]:
```

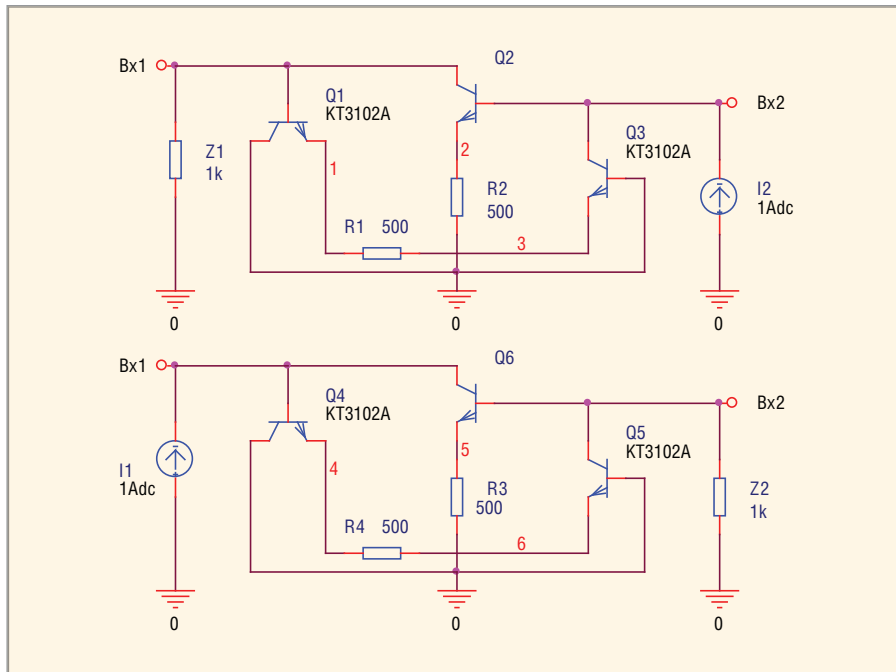


Рис. 5. Схема транзисторного гиратора для Z1

```
ESolve(Q, `BJTGS/BJT-
PSpiceFiles/SCHEMATIC1/SCHEMATIC1.
net`);
```

Система уравнений Кирхгофа-Лапласа:

$$\frac{V4 - VBx1}{R\text{эб}} - \frac{(VBx2 - V5)\beta}{R\text{эб}} + I1 = 0,$$

$$-\frac{V1 - V3}{R1} + \frac{(VBx2 - V1)\beta}{R\text{эб}} - \frac{V1 - VBx1}{R\text{эб}} = 0,$$

$$-\frac{V4 - V6}{R4} + \frac{(VBx1 - V4)}{R\text{эб}} - \frac{V4 - VBx1}{R\text{эб}} = 0,$$

$$\frac{V1 - VBx1}{R\text{эб}} + \frac{(VBx2 - V2)\beta}{R\text{эб}} - \frac{VBx1}{Z1} = 0,$$

$$\frac{V4 - V6}{R4} - \frac{V6\beta}{R\text{эб}} - \frac{V6}{R\text{эб}} = 0,$$

$$\frac{V1 - V3}{R1} - \frac{V3\beta}{R\text{эб}} - \frac{V3}{R\text{эб}} = 0,$$

$$\frac{V3\beta}{R\text{эб}} + \frac{V2 - VBx2}{R\text{эб}} + I2 = 0,$$

$$-\frac{V2}{R2} + \frac{(VBx2 - V2)\beta}{R\text{эб}} - \frac{V2 - VBx2}{R\text{эб}} = 0,$$

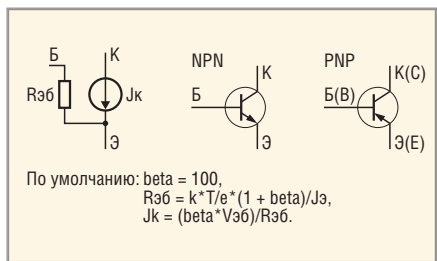


Рис. 6. DC1-модель биполярного транзистора

$$\frac{V6\beta}{R\text{эб}} + \frac{V5 - VBx2}{R\text{эб}} - \frac{VBx2}{Z2} = 0,$$

$$-\frac{V5}{R3} + \frac{(VBx2 - V5)\beta}{R\text{эб}} - \frac{V5 - VBx2}{R\text{эб}} = 0.$$

**Решения**  
[VBX1, VBX2, VBX2, VBX1, V1, V5, V6, V2, V3, V4]

```
MSPICE v8.52:
http://pspicelib.narod.ru
Заданы узлы: {} Источники: [I1,
I2, Jэ]
Решения V_NET: [VBX1, VBX2, VBX2,
VBX1, VN816534, V1, V5, V6, V2, V4]
J_NET: [Jэ, J1, J2, JR2, JZ2,
JR3, JR4, JR1, JT, JJэ, JZ1, JFт,
JRэб, Jк]
```

Будем считать, что все транзисторы высококачественные, одинаковые, с большим усилением и высокочастотные. Тогда методом амперметра и вольтметра ( $Z = U/I$ ) определим входное комплексное сопротивление схемы для двух случаев:

- Zвх1 – нагрузка Z подключена на входе 2;
- Zвх2 – нагрузка Z подключена на входе 1.

```
> Rbe:=0:
Zвх1:=UBx2/I2=simplify(VBX2/I2,'size');
Zвх2:=UBx1/I1=simplify(VBX1/I1,'size');
```

$$Z_{вх1} := \frac{U_{BX2}}{I2} = ((R2\beta + R\text{эб} +$$

$$+ R2)(\beta R1 + 2R\text{эб} + Z1 + R1)) /$$

$$/ (2R\text{эб} + \beta^2 Z1 + Z1 + \beta R1 + R1)$$

$$Z_{вх2} := \frac{U_{BX1}}{I1} = ((2R\text{эб} + \beta R4 +$$

$$+ R4)(Z2 + R\text{эб} + \beta R3 + R3)) /$$

$$/ (\beta^2 Z2 + Z2 + R\text{эб} + \beta R3 + R3)$$

Отметим, что  $\beta^2$  – очень большая величина. Поэтому, если считать усиление по току транзистора бесконечным, получим:

```
> Zвх1:=Limit(Zвх1,beta=infinity)=
limit(rhs(Zвх1),beta=infinity);
Zвх2:=Limit(Zвх2,beta=infinity)=1
imit(rhs(Zвх2),beta=infinity);
```

$$Z_{вх1} := \lim_{\beta \rightarrow \infty} Z_{вх1} = \frac{R2R1}{Z1}$$

$$Z_{вх2} := \lim_{\beta \rightarrow \infty} Z_{вх2} = \frac{R4R3}{Z2}$$

Полученные выражения показывают, что цепь, показанная на рисунке 5, является инвертором комплексного сопротивления или гиратором. Если  $R1 = R2 = R$ , то:

```
> Zвх:=R^2/Z;
```

$$Z_{вх} := \frac{R^2}{Z}.$$

Если в качестве Z использовать небольшую ёмкость  $Z = 1/(I\omega C)$ , то на противоположном входе мы получим очень большую индуктивность, которую трудно реализовать в малогабаритном исполнении:

```
> Z:=1/(I*omega*C): Zвх:=R^2/Z;
```

**ШумОВАЯ МОДЕЛЬ ВJT-ТРАНЗИСТОРА В MICROCAP**

Наглядность и управляемость ввода исходных данных решаемой задачи в конечном счёте приводит к снижению уровня ошибок. Если спустя некоторое время вы вернётесь к этой задаче, вам не придётся «блуждать» в полях ввода.

Довольно трудно провести шумовой расчёт электронной цепи с моделью транзистора, показанной на рисунке 7. Программа MSPICE делает эту задачу интересной, позволяя получить результат невероятно быстро. Анализ шума сводится к решению задачи постоянного тока при использовании статистических характеристик шума в качестве номиналов шумовых источников.

```
> restart:read(`F:/PMAPLE/ES-
olver.m`);with(MSpice):ESolve(MQ,
`BJT.СКТ`):
```

Система уравнений Кирхгофа:

$$-I_{кш} + \frac{V_{OUT} + V_{II}}{RL} - \frac{V_{OUT}}{R_{кб}} + JVF1\beta = 0,$$

$$-\frac{V3}{RL} - I_{кш} + \frac{-V3 - V_{II}}{R_{кб}} + JVF1\beta = 0,$$

$$\frac{V7 - V2}{R2} - \frac{V2 - V1}{R1} = 0,$$

$$V7 = Vc + VIN,$$

$$V1 = V_{бш1}.$$

Входные токи управляемых источников:

**Решения**  
**{VOUT, V1, V7, V2, V3}**

MSpice v8.52:  
<http://pspicelib.narod.ru>

> Values(DC, PRN, [ ]); OUT:=OUT;

$$OUT := \frac{R_{кб}(-I_{кш}RLR1 - I_{кш}RLR2 + R1V_{II} + V_{II}R2 + \beta RL I_{бш1}R2 - \beta RL Vc - \beta RL VIN + \beta RL V_{бш1})}{(R_{кб} + RL)(R1 + R2)}$$

Подстановка данных из схемы:

$$OUT := \frac{-\sqrt{I_{ш2}^2} R_{II} R_6 - \sqrt{I_{ш2}^2} R_{II} R_c + R_6 \sqrt{I_{ш1}^2} R_c + \beta R_{II} \sqrt{I_{ш1}^2} R_6 + \beta R_{II} \sqrt{I_{ш1}^2} R_c - \beta R_{II} \sqrt{I_{ш1}^2} R_c + \beta R_{II} \sqrt{I_{ш1}^2} R_c}{C_{кб} \left( \frac{1}{C_{кб}} + R_{II} \right) (R_6 + R_c)}$$

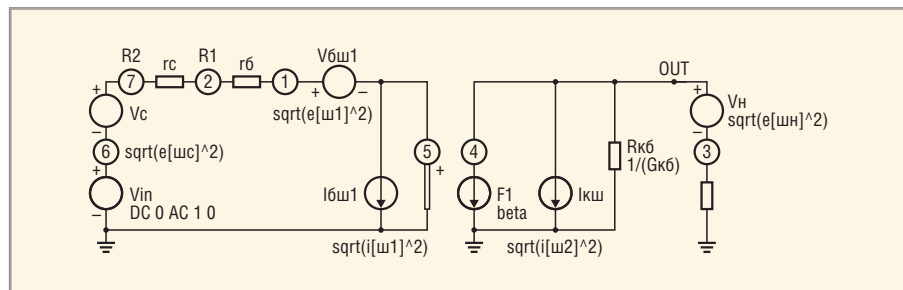


Рис. 7. Усилитель на основе шумовой модели ВJT-транзистора

Заданы узлы: {V5, V6} Источники:  
[Iбш1, Vбш1, VF1, Vc, VIN, Iкш, Vн]  
Решения V\_NET: [VOUT, V1, V7, V2, V3]  
J\_NET: [JRкб, JVF1, JVN, JVбш1,  
JVIN, Jбш1, Jкш, JR1, JR2, JRL, JVC]

Выходное напряжение:

```
> OUT:=simplify(sqrt(VOUT));
```