

Источники сигналов с априорно заданными статистическими характеристиками

Роман Антипенский, Владимир Муковнин (г. Воронеж)

В статье описывается методика разработки источников сигналов со случайными флуктуациями параметров для использования в системах схемотехнического моделирования радиоэлектронных устройств. Материал статьи может быть полезным для разработчиков систем передачи дискретных сообщений.

Настоящая публикация завершает цикл статей [1–6] по моделированию различного рода сигналов и преднамеренных помех с использованием программной среды MathCAD. В статье описывается методика использования разработанных ранее моделей для получения временных представлений сигналов, соответствующих реальным сигналам, с учётом особенностей распространения радиоволн в каналах связи.

Реальные каналы связи весьма многообразны и определяются большим числом факторов, влияющих на проходящие через них сигналы. В работах, посвящённых моделированию радиоканалов [8–10], как правило, выделяют каналы с детерминированными параметрами и аддитивными помехами, каналы со случайными параметрами и аддитивными помехами и каналы со случайной структурой.

Модель случайного сигнала в канале с детерминированными параметрами и аддитивными помехами

В канале с детерминированными параметрами и аддитивными помехами наблюдаемый сигнал $u(t)$, поступающий на вход приёмного устройства, представляется в виде суммы [8]:

$$u(t) = c(t) + \xi(t), \quad (1)$$

где $c(t)$ – процесс, зависящий от сигнала $s(t)$, подаваемого на вход радиоканала; $\xi(t)$ – случайный процесс, не зависящий от сигнала $s(t)$, который моделирует аддитивную помеху или шум. При этом преобразование сигнала $s(t)$ в процесс $c(t)$ детерминировано, т.е. отсутствуют неаддитивные случайные помехи. Рассмотренные в

работах [1–4] модели сигналов могут выступать в роли процесса $c(t)$, который по сути является детерминированным сигналом для данной модели радиоканала. В качестве случайного процесса $\xi(t)$, не зависящего от сигнала $s(t)$, могут использоваться модели шума (белого, гауссовского, негауссовского), преднамеренные помехи, подробно рассмотренные в работах [5–6], а также широко распространённая в радиосвязи и радионавигации модель в виде аддитивной смеси узкополосных случайных процессов вида [9]:

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^N a_n(t) \cos(\omega_0 t + \phi_n(t)), \quad (2)$$

где $a_n(t)$, $\phi_n(t)$ – случайные амплитуда и фаза слагаемых результирующего процесса $\xi(t)$.

Рассмотрим методику построения источников случайных сигналов с априорно заданными статистическими характеристиками с целью их дальнейшего использования при разработке радиотехнических систем. В контексте данной работы под определением «случайный сигнал» будем понимать какую-либо последовательность радиоимпульсов, параметры которых подвержены случайному изменению в зависимости от рассматриваемой модели радиоканала. В продолжение работ [1–6] в качестве программной среды для разработки источников сигналов будем использовать систему MathCAD, функции и процедуры которой могут быть транспонированы в популярную систему математического моделирования MathLab. В процессе моделирования нам понадобятся следующие процедуры и функции программной среды MathCAD, позволяющие вычислять статистические оценки случайных последовательностей [7]:

- $\text{mean}(A)$ – возвращает среднее значение элементов массива A размерности $m \times n$ согласно формуле:

$$\text{mean}(A) = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} A_{i,j}; \quad (3)$$

- $\text{median}(A)$ – возвращает медиану элементов $m \times n$ массива A . Если A имеет чётное число элементов, медиана определяется как среднее арифметическое двух центральных величин;
- $\text{var}(A)$ – возвращает дисперсию элементов массива A размерности $m \times n$ согласно формуле:

$$\text{var}(A) = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} |A_{i,j} - \text{mean}(A)|^2; \quad (4)$$

- $\text{cvar}(A, B)$ – возвращает ковариацию элементов массивов A и B размерности $m \times n$ согласно формуле:

$$\text{cvar}(A, B) = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} [A_{i,j} - \text{mean}(A)] [\overline{B_{i,j} - \text{mean}(B)}], \quad (5)$$

где черта указывает на комплексно-сопряжённую величину;

- $\text{stdev}(A)$ – возвращает среднее квадратичное отклонение (квадратный корень из дисперсии) элементов $m \times n$ массива A ;
- $\text{corr}(A, B)$ – возвращает скаляр в виде коэффициента корреляции для двух $m \times n$ массивов A и B .

Генерацию массивов со случайными значениями можно осуществить, используя следующие процедуры [7]:

- $\text{rbeta}(m, s_1, s_2)$ – возвращает вектор m случайных чисел, имеющих бета-распределение, где $s_1, s_2 > 0$ есть параметры формы;
- $\text{rbinom}(m, n, p)$ – возвращает вектор m случайных чисел, имеющих биномиальное распределение, где $0 \leq p \leq 1$ и n есть натуральное число;
- $\text{rchisq}(m, d)$ – возвращает вектор m случайных чисел, имеющих распределение хи-квадрат, где $d > 0$ есть число степеней свободы;
- $\text{rexp}(m, r)$ – возвращает вектор m случайных чисел, имеющих экспоненциальное распределение, где $r > 0$ параметр распределения;

- $rF(m, d_1, d_2)$ – возвращает вектор m случайных чисел, имеющих F-распределение, где $d_1, d_2 > 0$ есть числа степеней свободы;
- $rnorm(m, \mu, \sigma)$ – возвращает вектор m случайных чисел, имеющих нормальное распределение, $\sigma > 0$;
- $rpois(m, \lambda)$ – возвращает вектор m случайных чисел, имеющих распределение Пуассона, $\lambda > 0$;
- $runif(m, a, b)$ – возвращает вектор m случайных чисел, имеющих равномерное распределение, в котором b и a являются граничными точками интервала, $a < b$;
- $rweibull(m, s)$ – возвращает вектор m случайных чисел, имеющих распределение Вейбулла, в котором $s > 0$ является параметром формы.

Для визуальной оценки законов распределения случайных величин (построения гистограмм) необходимо будет использовать функцию $hist(int, A)$. Она возвращает вектор частот, с которыми величины, содержащиеся в векторе A , попадают в интервалы вектора int . Элементы в A и int должны быть вещественными. Программа MathCAD интерпретирует int как набор точек, определяющих последовательность интервалов в гистограмме. Результатом этой функции является вектор f , в котором f_i есть число значений в A , удовлетворяющих условию:

$$int_i \leq value < int_{i+1}. \quad (6)$$

Разработаем источник случайного сигнала (1) с фазовой телеграфией (ФТ) и аддитивным белым шумом, спектральная плотность мощности которого постоянна на всех частотах (модель ФТ сигнала подробно рассмотрена в работе [2]). Математическая модель стационарного белого шума обычно описывает широкополосную гладкую помеху или тепловой шум, создаваемый флуктуацией электронов в проводнике. Для генерации стационарного белого шума воспользуемся функцией $runif(m, a, b)$, число значений которой m зададим равным числу отсчётов моделируемого сигнала. Сложение сигнала и шума будем осуществлять в частотной области с учётом весового коэффициента (отношения сигнал/шум), поскольку, исходя из математической модели белого шума, постоянной (равномерной) является его спектральная плотность мощности, и, следовательно, сформированный нами вектор случайных значений

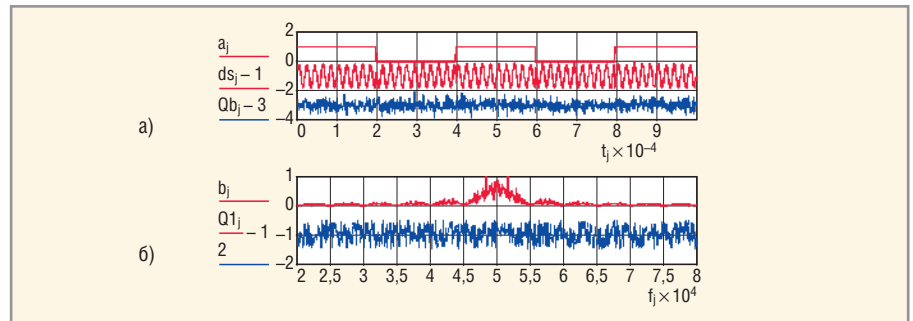


Рис. 1. Результаты моделирования ФТ-сигнала с аддитивным белым шумом

а) временное представление первичного и аддитивного сигналов, белого шума; б) спектральное представление аддитивного сигнала и белого шума

соответствует амплитудному спектру шума. Приведённый ниже фрагмент программного кода MathCAD формирует случайный ФТ-сигнал с аддитивным белым шумом в соответствии с рассмотренным алгоритмом:

Листинг 1

```
Nt:=10000      j:=0..Nt      t_j:=j*10^-6
f_j:=j*10^2     f0:=50*10^3   ti:=2*10^-4
dL:=ti*10^6     h:=0, dL-1..Nt
rh:=0..dL-1
y:=runif(Nt,-1,1)  Y_h+rh:=Y_h
a_j:=if(Y_j>0,1,0)
d_j:=if(a_j>0,sin(2*pi*f0*t_j),sin(2*f0*
t_j+3.14))
Q1:=runif(Nt+1,-1,1)  am:=0.2
Qt:=icfft(Q1)
v_j:=Re(Qt*j)  r:=max(v)  Qb_j:=v_j/r

Sw:=cfft(d)  v_j:=|Sw_j|  r:=max(v)
b_j:=v_j/r

SS:=Sw+am*Q1  st:=icfft(SS)  v_j:=v_j/r
v_j:=Re(st*j)  r:=max(v)  ds_j:=v_j/r
```

Поясним введённые идентификаторы программы. В первой строке задаём число отсчётов модели N_t , диапазон изменения индексной переменной j , а также формируем массивы времени t и частоты f . Во второй строке программного кода задаём несущую частоту сигнала f_0 и длительность элементарного импульса ti в последовательности сигнала. Затем переводим длительность элементарного импульса в число отсчётов dL и с использованием этой переменной задаём приращение индексной переменной h , соответствующей моментам начала импульсов в последовательности сигнала, а также формируем приращение индексной переменной rh для постоянства амплитуд импульсов на протяжении интервалов dL .

В четвёртой строке формируем случайную последовательность y с равномерным распределением в интервале

от -1 до 1 для генерации на её основе фрагмента сигнала. Следует отметить, что в первичной импульсной последовательности a , сформированной на основе массива y , закон распределения амплитуд импульсов не будет равномерным, т.к. в массиве Y мы «выхватываем» случайные значения в моменты времени $j = h$ и «растягиваем» их на длительность импульса. Но в данной модели радиоканала этот факт не существен; далее мы вернёмся к процедуре формирования случайных параметров сигнала при моделировании каналов со случайными параметрами и аддитивными помехами.

В пятой строке приведённого программного кода формируем фазоманипулированный сигнал d в соответствии с алгоритмом, рассмотренным в [2]. В шестой строке формируем реализацию белого шума $Q1$, задаём его уровень am и выполняем обратное альтернативное преобразование Фурье для наблюдения временного представления шумовой помехи. В двух последних строках кода вычисляем комплексный спектр аддитивного сигнала SS и выполняем обратное альтернативное преобразование Фурье для наблюдения временного представления результирующего сигнала ds . На рисунке 1 представлены результаты моделирования ФТ-сигнала с аддитивным белым шумом, принимаемого из детерминированного канала.

Построим гистограмму распределения случайных значений массива $Q1$ для визуальной оценки закона распределения спектральной плотности мощности белого шума, воспользовавшись функцией $hist(int, A)$. Для этого введём следующий программный код:

Листинг 2

```
MIN:=min(Q1)  MAX:=max(Q1)
MMIN:=floor(MIN)
K:=20  k1:=0..K  MMAX:=ceil(MAX)
```

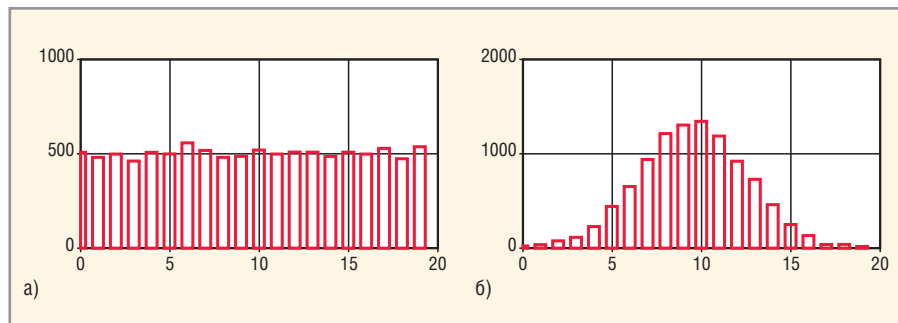


Рис. 2. Гистограммы (а) частотного и (б) временного распределений белого шума

```
Intk1 := MMIN +  $\frac{MMAX - MMIN}{K}$  k1
H := hist(int, Q1) j1 := 0..K-1
```

В первой строке кода определяем минимальное и максимальное значения сформированного вектора случайных чисел, затем в переменные *MMIN* и *MMAX* помещаем результаты округления переменных *MIN* и *MAX*. Задаём число интервалов *K* и приращение индексной переменной *k1*, после чего в третьей строке программного кода формируем вектор интервалов с идентификатором *int*. На рисунке 2а представлена гистограмма распределения случайных значений вектора *Q1*, которая подтверждает формирование последовательности чисел с равномерным законом распределения – это и есть модель белого шума с постоянной на всех частотах спектральной плотностью мощности. На рисунке 2б представлена гистограмма распределения временных отсчётов белого шума, полученная путём вычисления программного кода листинга 2 для переменной *Qb* (временного представления белого шума), из которой видно, что закон распределения вектора *Qb* уже не является равномерным.

Для формирования аддитивного гауссовского шума необходимо воспользоваться функцией *rnorm(m, μ, σ)*, возвращающей вектор случайных чисел с нормальным (гауссовским) законом распределения. Для моделирования случайного сигнала в канале с аддитивным негауссовским шумом следует воспользоваться одной из функций генерации случайных векторов, описанных выше.

Для разработки модели временного представления узкополосной помехи в виде аддитивной суммы нескольких случайных процессов (2) построим моделирующий алгоритм, формирующий флуктуации амплитуд $a_n(t)$ и фаз $\phi_n(t)$ в зависимости от введённых параметров – законов распределения

амплитуд $V a_n(t)$ и фаз $V \phi_n(t)$, диапазонов флуктуаций амплитуд $\Delta a_n(t)$ и фаз $\Delta \phi_n(t)$, длительности фрагментов с фиксированным значением амплитуд $T a_n(t)$ и фаз $T \phi_n(t)$, весовых коэффициентов слагаемых M_n результирующего процесса $\xi(t)$. Тогда модель (2) с учётом указанных параметров примет вид:

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^N M_n a_n (V a_n(t), \Delta a_n(t), T a_n(t)) \times \times \cos(\omega_0 t + \phi_n (V \phi_n(t), \Delta \phi_n(t), T \phi_n(t))) \cdot (7)$$

Для формирования результирующего случайного процесса необходимо сгенерировать последовательности случайных амплитуд $a_n(V a_n(t), \Delta a_n(t), T a_n(t))$ и фаз $\phi_n(V \phi_n(t), \Delta \phi_n(t), T \phi_n(t))$, а затем в соответствии с выражением (7) получить реализацию случайного процесса $\xi(t)$ и выполнить суммирование с реализацией сигнала $s(t)$. Модифицируем программный код, представленный листингом 1, следующим образом:

```
Листинг 3
z := 1..5 amz := rnd(0.7)
asz := rnd(0.4)
Q1 := rnorm(Nt+2, 0, 1) f01 := 49500
Q2 := rnorm(Nt+10+floor(Q1), 0, 1)
f02 := 51500
Q3 := rnorm(Nt+10+floor(Q2), 0, 1)
f03 := 50000
Q4 := rnorm(Nt+10+floor(Q3), 0, 1)
f04 := 51000
Q5 := rnorm(Nt+10+floor(Q4), 0, 1)
f05 := 49000
```

Пусть в формировании узкополосного случайного процесса участвуют пять составляющих; зададим приращение индексной переменной *z* и сформируем случайные флуктуации амплитуд для каждого процесса *am* и случайные уровни фазовых флуктуаций *as*. Далее зададим центральные частоты процессов $f_{01} - f_{05}$ и сформируем пять независимых реализаций процессов *Q1 – Q5* с нормальным законом распределения (параметры формы $\mu = 0, \sigma = 0$).

Чтобы каждый раз при запуске вычислений генерировались новые реализации векторов, в выражениях для *Q2 – Q5* сделаны ссылки на предыдущие процессы *Q1 – Q4* (в частности, элементы этих векторов с индексом 1) в параметре числа элементов векторов. Установив маркер в поле выражения *Q1* и запустив вычисления, мы получим сгенерированные заново реализации остальных процессов. Поскольку число элементов вектора должно быть целым, следует отбросить дробную часть с помощью процедуры *floor(QX₁)* и сделать «запас» на десять элементов. Это позволит избежать останова вычислений при некоторых реализациях процессов *Q2 – Q5*, которые будут содержать число элементов, меньшее модельного параметра *N_t* (уменьшение числа отсчётов может давать слагаемое *floor(QX₁)*, взятое с отрицательным знаком).

Теперь сформируем реализации узкополосных процессов *q1 – q5*, используя выражение (7), вычислим их сумму и добавим результирующий процесс к сигналу *d*. Листинг 4 демонстрирует реализацию рассмотренных операций в программной среде MathCAD:

```
Листинг 4
q1j := cos(2πf01tj + as1Q1j) + Q5jam1
q21j := cos(2πf02tj + as2Q2j) + Q4jam2
q3j := cos(2πf03tj + as3Q3j) + Q2jam3
q4j := cos(2πf04tj + as4Q4j) + Q1jam4
q5j := cos(2πf05tj + as5Q5j) + Q3jam5
Qsj := am1q1j + am2q2j + am3q3j + am4q4j + am5q5j
r := max(Qs) Qs :=  $\frac{Qs_j}{r}$ 
dj := dj + max(am) Qsj
```

На рисунке 3 представлены результаты моделирования ФТ-сигнала, принимаемого из детерминированного канала, с узкополосной помехой, сформированной в соответствии с моделью (7).

Рассмотрим, каким образом можно передать результаты моделирования случайного сигнала в систему схемотехнического моделирования DesignLAB (или систему OrCAD). В этих системах предусмотрен источник сигнала из файла, при этом данные в файле необходимо представить в следующем формате [11]:

```
(<отсчёт времени 1> , <отсчёт амплитуды 1>)
(<отсчёт времени 2> , <отсчёт
```

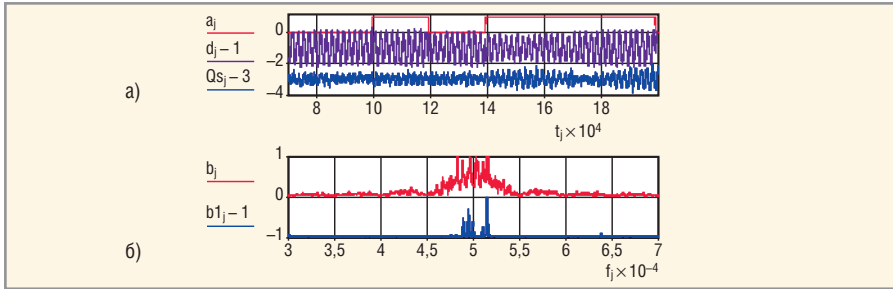


Рис. 3. Результаты моделирования принимаемого из детерминированного канала аддитивной смеси ФТ-сигнала с узкополосной помехой

- а) временное представление первичного и аддитивного сигналов, узкополосного случайного процесса;
б) спектральное представление аддитивного сигнала и узкополосного случайного процесса

амплитуды 2>)
...
(<отсчёт времени N> , <отсчёт амплитуды N>).

Чтобы сигнал выглядел в файле подобным образом, добавим в нашу модель следующий программный код:

Листинг 5
i:=0..1 sig_{j,i}:=if(i=0,t_j,d_j)
WRITEPRN("sig.dat"):=sig

Поясним введённые обозначения. Индексная переменная i участвует в формировании двумерного массива sig

по правилу: если $i = 0$, то в элемент массива $[0, j]$ мы записываем отсчёт времени t_j , если не равен нулю (равен 1), то в элемент массива с индексами $[1, j]$ записываем отсчёт сигнала d_j . Затем формируем файл с именем *sig.dat*, который будет размещаться в том же каталоге, что и наш файл с моделью.

Следует отметить, что для правильной записи результатов моделирования в файл необходимо в программе MathCAD установить следующие значения системных параметров *PRN File Settings*: *Precision* (точность отображения) = 10, *Column Width* (ширина столбца) = 20.

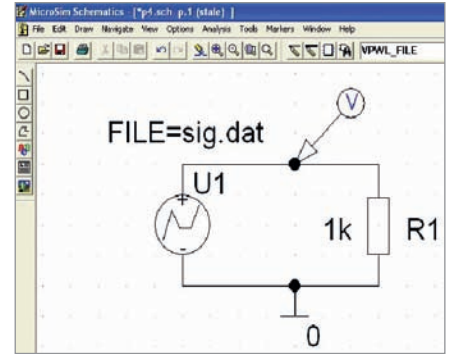


Рис. 4. Испытательная схема с источником сигнала из файла

Покажем теперь, как выполнить ввод и моделирование испытательной схемы для проверки модели сигнала в системе схмотехнического моделирования. Введём схему, показанную на рисунке 4. В качестве источника сигнала воспользуемся компонентом *VPWL_FILE* [11] (источник напряжения, заданный в файле) и установим значение его атрибута *File=sig.dat*. Сохраним собранную схему, поместив в папку со схемой файл *sig.dat*, зададим параметры директивы временного анализа и выполним моделирование. В окне программы *Probe* системы *DesignLAB* (см. рис. 5) мы уви-

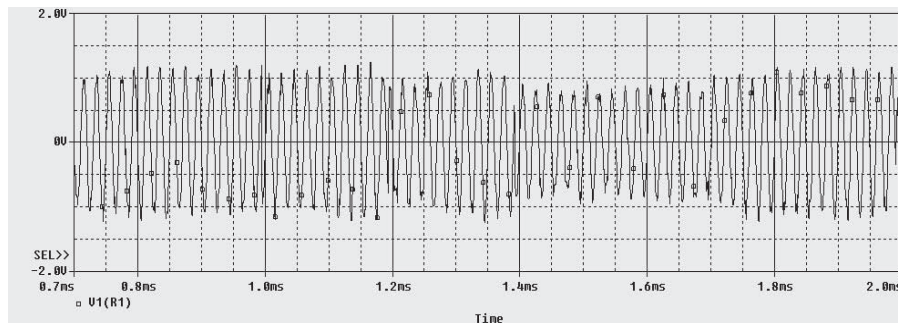


Рис. 5. Аддитивный сигнал на выходе источника сигнала в системе схемотехнического моделирования DesignLAB

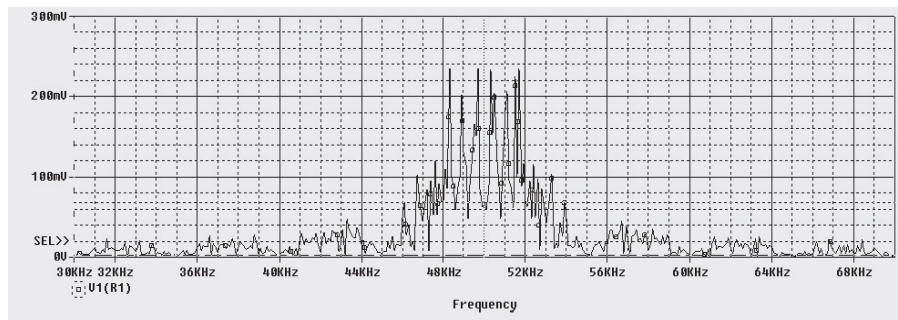


Рис. 6. Амплитудный спектр аддитивного сигнала в системе схемотехнического моделирования DesignLAB

дим точно такой же аддитивный сигнал, какой первоначально был создан нами с помощью программы MathCAD.

Убедиться в соответствии спектральных характеристик исходного случайного сигнала, созданного в программной среде MathCAD, и сигнала из внешнего источника в системе схемотехнического моделирования DesignLAB можно, выполнив быстрое преобразование Фурье (кнопка FFT), результат которого представлен на рисунке 6.

Модель сигнала в канале со случайными параметрами и аддитивными помехами

К данной группе моделей относятся случайные сигналы в каналах с неопределённой фазой и гауссовской аддитивной помехой, с неопределённой фазой и аддитивным коррелированным гауссовским шумом, с неопределённой фазой и амплитудой, с неопределённой фазой и случайной средней частотой [8]. Например, математическая модель канала с неопределёнными амплитудой, фазой и гауссовской аддитивной помехой с равномерным спектром может быть представлена следующим выражением [8]:

$$u(t) = \mu \sum_{k=0}^{N-1} \left[s_k(t - \tau - kT) \cos \phi_k + \hat{s}_k(t - \tau - kT) \sin \phi_k \right] + \xi(t), \quad (8)$$

где N – число символов, переданных в сеансе связи; μ – известный при приёме коэффициент передачи канала; τ – известное при приёме время запаздывания сигнала; s_k и ϕ_k – случайные амплитуда и начальная фаза k -го элемента, независимые от амплитуд и начальных фаз других символов. При этом комплексный сигнал представляется в аналитическом виде, когда с действительной частью $s(t)$ сопряжена мнимая часть $\hat{s}(t)$, полученная посредством преобразования Гильберта [8].

Анализируя выражение (8), можно сказать, что известные параметры μ и мы можем учесть соответствующим образом в программном коде модели, представленном в листинге 1. В отличие от предыдущей модели, случайность теперь должна быть заложена в фазу и амплитуду сигнала.

Для формирования амплитудных флуктуаций сигнала следует получить вектор случайных значений с соответствующим законом распределения, а затем установить амплитуды импульсов фрагмента сигнала, равными сформированному вектору. Это – общий подход, который мы будем применять и для формирования флуктуаций других параметров сигнала (частоты, фазы, положения импульсов на временной оси), однако при детальном рассмотрении такого алгоритма становятся очевидными некоторые различия в способах мо-

дификации соответствующих параметров сигналов.

В частности, при формировании вектора случайных значений для флуктуации амплитуд количество элементов вектора должно соответствовать числу импульсов в моделируемом фрагменте сигнала. При этом следует обеспечить возможность вариации этого параметра модели при изменении длительности элементарного импульса. Приведённый ниже программный код обеспечит флуктуации амплитуд ФТ-сигнала с заданным законом распределения (например, равномерным) в соответствии с рассмотренным выше требованием:

Листинг 6

```
Nt:=10000 j:=0..Nt tj:=j*10^-6 fj:=j*10^2
f0:=50*10^3 ti:=1*10^-4 kol:=floor(Nt/ti)
kol=100
dL:=ti*10^6 rh:=0..dL-1 k:=0..kol-1
sa:=runif(kol,-1,1)
kp:=0.2sa_k(dL)+rh:=sa_k
Sa_N:=Sa_{N-1} a_j:=if(Sa_j>0,1,0)
a1_j:=if(Sa_j>0,1+kp*Sa_j,0+kpSa_j)
d_j:=if(a_j>0,(1+kpSa_j*sin(2*pi*f0*tj),
(1+kpSa_j*sin(2*pi*f0*tj+3.14))]
```

Поясним идентификаторы модели. Во второй строке программного кода задаём несущую частоту ФТ-сигнала f_0 , длительность элементарного импульса ti и рассчитываем количество импульсов в моделируемом фрагменте сигнала kol (для заданных параметров в модели формируется 100 импульсов). В третьей строке пересчитываем длительность одиночного импульса в количество отсчетов dL , задаём приращение индексной переменной rh на длительность импульса и переменной k – на количество моделируемых импульсов. Затем в переменной sa формируем вектор случайных амплитуд импульсов с равномерным законом распределения, вводим уровень флуктуаций kp и в переменной Sa пересчитываем случайные амплитуды импульсов так, чтобы на протяжении длительности импульса его амплитуда была постоянной. В пятой строке вводим вспомогательный вектор a ; на его фоне мы увидим случайные приращения амплитуд импульсов вектора $a1$. В последней строке программного кода модели формируем фазоманипулированный сигнал со случайными флуктуациями амплитуды, подчинёнными равномерному за-

кону распределения. Единственное, что осталось сделать, – сформировать шумовую помеху с равномерной плотностью спектральной мощности $Q1$, вычислить её временное представление Qb и добавить его к сигналу d :

Листинг 7

```
Q1:=runif(Nt+1,-1,1) am:=0.2
Qt:=icfft(Q1)
Vj:=Re(Qtj) r:=max(v) Qbj:=vj/r
d1j:=dj+am·Qbj
```

На рисунке 7 показаны результаты моделирования первичных сигналов (a и $a1$ со случайной амплитудой импульсов) и фазоманипулированных сигналов (d и $d1$ с аддитивным белым шумом).

Аналогично можно получить временные последовательности с другими случайными параметрами. Так, для формирования фазоманипулированного сигнала со случайной амплитудой и фазой следует добавить в модель приводимый ниже программный код:

Листинг 8

```
d1j:=if[aj > 0, (1 + kpSa_j) ×
× sin(2πf0tj + fpSa_j),
```

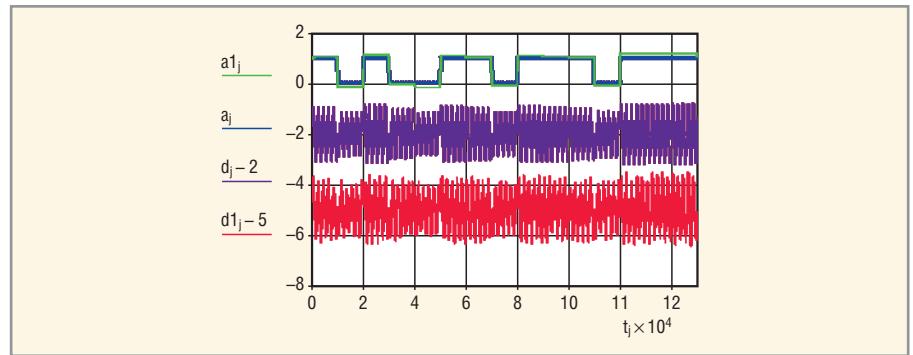


Рис. 7. Результаты моделирования ФТ-сигнала в канале со случайной амплитудой и аддитивным белым шумом

```
(1 + kpSa_j) sin(2πf0tj + 3.14 +
fpSa_j)].
```

Предварительно задав уровень фазовых флуктуаций fp , к каждому отсчёту сигнала мы добавляем постоянный на протяжении одного импульса фазовый сдвиг, который берём из сформированного ранее массива Sa .

Для формирования фазоманипулированного сигнала со случайной амплитудой и частотным сдвигом следует добавить в модель приводимый ниже программный код, предварительно задав уровень частотных флуктуаций ff :

Листинг 9

```
d2j:=if[aj > 0, (1 +
kpSa_j) sin[2π(f0 + ffSa_j)tj],
(1 + kpSa_j) sin[2π(f0 + ffSa_j)tj +
3.14]]
```

На рисунке 8 представлены результаты моделирования фазоманипулированных сигналов со случайной амплитудой (временное представление d , спектральное представление b), со случайной амплитудой и фазовым сдвигом внутри импульса ($d1$ и $b1$ соответственно), со случайной амплитудой и частотным сдвигом внутри импульса ($d2$ и $b2$ соответственно). Чтобы убе-

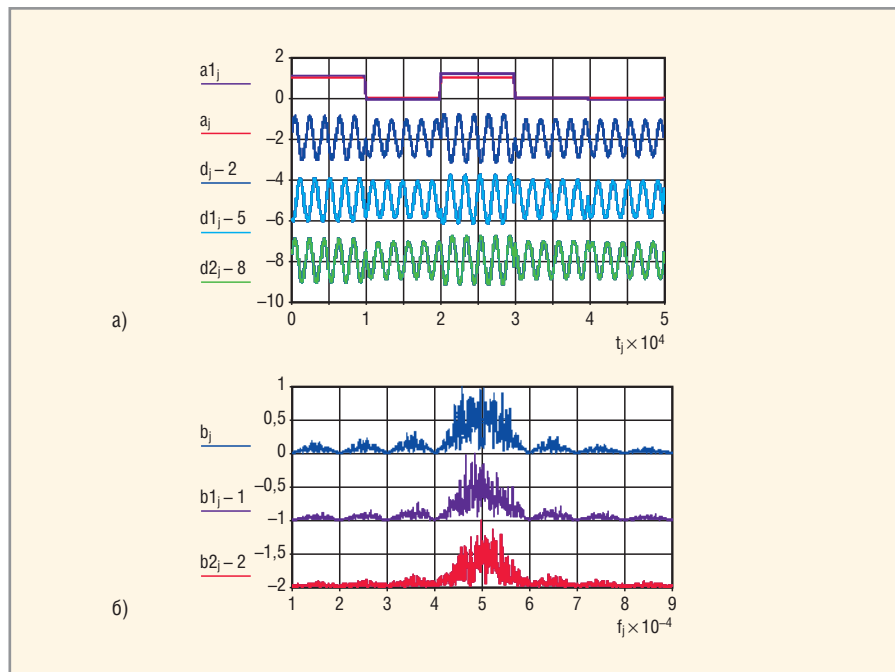


Рис. 8. Результаты моделирования фазоманипулированных сигналов в каналах со случайными параметрами

а) временные представления сигналов; б) амплитудные спектры сигналов

даться в наличии сформированных флуктуаций параметров ФТ-сигналов, мы пока не будем добавлять к временным представлениям аддитивную составляющую шума.

Анализируя приводимые графики временного представления сигналов со случайной амплитудой и фазой, можно увидеть фазовые внутриимпульсные флуктуации и их влияние на амплитудный спектр сигнала. Частотные флуктуации на временном представлении сигнала не столь заметны, однако, анализ спектрального представления фазоманипулированного сигнала с внутриимпульсным сдвигом частоты позволяет сделать вывод о «расползании» основного и боковых лепестков спектра сигнала.

Модель сигнала в канале со случайной структурой

Среди моделей каналов со случайной структурой различают каналы со случайной фазой, с нестабильностью и доплеровским сдвигом частоты, с дискретной многолучевостью и с селективными замираниями [8]. Модели этих каналов достаточно сложны, поэтому при построении решающих схем (РС), как правило, пользуются «Марковским подходом», когда РС распадается на схему оценки параметров предшествующего элемента сигнала (или сеанса связи) и схему принятия решения. При этом соответствующей моделью случайного сигнала является

сигнал со случайными параметрами и неизвестным временем прихода. Поэтому, используя полученные ранее модели сигналов со случайными параметрами, необходимо разработать алгоритм, вносящий случайность во время прихода (начала) импульсов и их длительность. Например, дискретные сигналы с нестабильностью и доплеровским сдвигом частоты, описываемые моделью

$$u(t) = \sum_{k=0}^{n-1} A_k(t) (-1)^r \cos(\omega_c t + \theta(t)) + \xi(t), \quad (9)$$

можно будет получить, комбинируя флуктуации несущей частоты внутри импульса и флуктуации времени начала импульса. В выражении (9) использованы следующие обозначения: $A_k(t) = A(t - kT)$; $A(t) = 0$ при $t \leq 0$ и $t \geq T$; $(d/dt)\theta(t) = \omega_d(t) - \omega_{d0}(t) + \omega_n(t)$; $\omega_d(t)$ – случайное изменение частоты, обусловленное эффектом Доплера; $\omega_n(t)$ – случайное изменение частоты за счёт нестабильностей генераторов в передатчике и приёмнике; $\xi(t)$ – белый шум; T – длительность элемента сигнала, являющаяся в данном канале случайной величиной (что, однако, не показано в модели (9)).

Используя алгоритмический способ моделирования случайного сигнала, сформируем последовательность импульсов, длительности которых будут распределены в соответствии с заданным статистическим законом. Алго-

ритм сжатия-растяжения временного представления сигнала подробно рассмотрен [6] при разработке модели алгоритмической помехи. Суть алгоритма заключается в следующем: для растяжения сигнала $d(t)$ во времени текущий j -отсчёт следует заменить $(j - b)$ -отсчётом, который предшествовал заданному на некоторый интервал b (в нашем случае он должен быть случайным на протяжении длительности одного импульса). Математическая операция такой процедуры запишется следующим образом:

$$ds^-(t_j) = d\left(t_{j-b(t_j)}\right). \quad (10)$$

Для получения сжатой копии сигнала текущий j -отсчёт следует заменить $(j + b)$ -отсчётом, который следует через некоторый интервал b :

$$ds^+(t_j) = d\left(t_{j+b(t_j)}\right). \quad (11)$$

Если теперь сопоставить случайные положительные значения вектора Sa растяжению сигнала (что в свою очередь приведёт и к задержке импульсов по сравнению с исходным сигналом), а отрицательные значения – сжатию (уменьшению задержки), получим следующий программный код:

Листинг 10

```
ks:=30j:=ks..10000
aj:=if(Saj>0,1,0)
dj:=if(aj>0,sin(2*pi*f0*tj),
sin(2*pi*f0*tj+3.14))
b1j:=floor(Saj*ks)asj:=if(b1j>0,
aj-b1j,aj+b1j,)
b1j:=if(asj:=asj-1,b1j-1,b1j)
dsj:=if(asj>0,sin(2*pi*f0*tj-b1j),
sin(2*pi*f0*tj+b1j+3.14))
```

Некоторые идентификаторы листинга 10 требуют пояснений. Массивы a и d представляют собой первичный и фазоманипулированный сигналы, сформированные на основе случайных значений массива Sa . Идентификатор $b1$ является индексным массивом, полученным также на основе Sa , значения которого и будут определять направление и величину сдвига. На его основе мы формируем случайный первичный сигнал as , у которого длительность импульсов и время их задержки связаны с массивом $b1$, а следовательно, и с законом распределения случайных значений

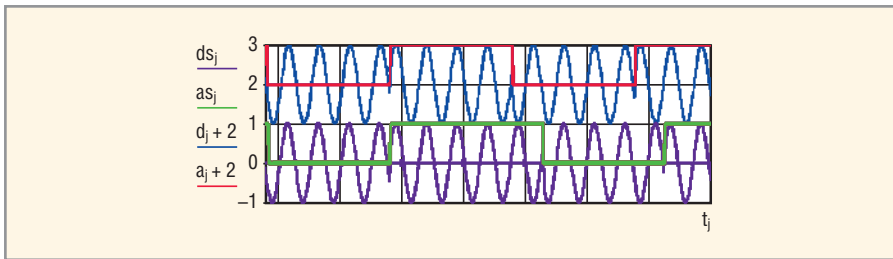


Рис. 9. Результаты моделирования ФТ-сигнала со случайной задержкой и флуктуациями длительностей импульсов

массива Sa . В идентификаторе ds мы формируем ФТ-сигнал со случайной задержкой и флуктуациями длительностей импульсов в соответствии с выражениями (10), (11). На рисунке 9 отчётливо видны изменения длительностей импульсов и относительных временных сдвигов в результирующем сигнале ds по сравнению с исходным фазоманипулированным сигналом d .

Применяя рассмотренные в статье алгоритмы формирования случайных сигналов, читатель может самостоятельно создавать (или модифицировать) описанные модели случайных сигналов и использовать их при моделировании систем передачи дискретных сообщений.

Модели случайных сигналов, рассмотренные в статье, выложены на интернет-странице журнала СЭ (www.soel.ru). Для ознакомления с моделями необходимо наличие установленной на компьютере системы MathCAD 11.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антипенский П.В. Моделирование источников аналоговых сигналов. Современная электроника. 2007. № 4.
2. Антипенский П.В. Моделирование источников сигналов с дискретной модуляцией. Современная электроника. 2007. № 8.
3. Антипенский П.В. Моделирование источников сложных сигналов. Современная электроника. 2007. № 9.

4. Антипенский П.В. Моделирование источников импульсно-модулированных сигналов. Современная электроника. 2008. № 2.
5. Антипенский П.В. Моделирование источников преднамеренных помех системам аналоговой связи. Современная электроника. 2008. № 5.
6. Антипенский П.В. Источники преднамеренных помех сигналам с дискретной модуляцией. Современная электроника. 2009. № 4.
7. Saffe R.C. Random Signals for Engineers using MATLAB and Mathcad. Springer, 2000.
8. Коржик В.И., Финк Л.М., Шелкунов К.Н. Расчёт помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений. Радио и связь, 1981.
9. Антипенский П.В., Марек Я.Л., Шляхин В.М. Статистические свойства аддитивной смеси узкополосных помех. Телекоммуникации. 2002. № 11. С. 7–11.
10. Борисов В.И., Зинчук В.М. Помехозащищённость систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. Радио и связь, 2000.
11. Разевиг В.Д. Система сквозного проектирования электронных устройств Design-Lab 8.0. Солон, 1999.