MathSpice – аналитический PSpice-движок для OrCAD и MicroCAP Часть 7. Расчёт переходных процессов линейных цепей в MathSpice

Олег Петраков (Москва)

Все электронные компоненты являются нелинейными, особенно активные. В этом случае получить простое аналитическое решение не удаётся. Однако, если допустима линеаризация характеристик электронных компонентов в рабочей точке, задача сводится к линейной, и тогда можно получить простое решение. Иногда этого бывает достаточно, чтобы задача была понята и для нелинейного случая, учитывая экстраполяционные способности человеческого разума.

Расчёт переходных процессов линейных цепей машинным способом не представляет проблемы, поскольку соблюдается принцип суперпозиции и можно использовать законы Кирхгофа в простейшей (не дифференциальной) форме. В этом случае можно использовать наиболее эффективный метод анализа – преобразование Лапласа. Одна из проблем при расчёте переходных процессов методом Лапласа – моделирование сигнала, который воздействует на исследуемую цепь. В большинстве случаев достаточно трёх сигналов: синусоидального, меандра и треугольного.

Модели источников сигнала

Сигнал синусоидальной формы

Для генерации сигналов будем использовать стандартные функции Maple. Наиболее просто получить сигнал для аналитических функций, не имеющих особых точек (разрывов и скачков производных). К таким функциям относится sin$x$. Если для вашей задачи этого достаточно, то на ней следует остановиться.

```
> S:=sin(2*Pi*250*t);
```

Вместо функции sin() можно использовать любую другую стандартную функцию Maple.

Сигнал прямоугольной формы

Однозначного решения для формирования сигнала прямоугольной формы нет, его можно реализовать множеством способов, например, используя функцию signum. Ниже показана последовательность команд, генерирующих меандр.

```
> F:=250: # Частота меандра в Гц
> S:=0.3*signum(sin(2*Pi*F*t));
```

$$S = 0{,}3\mathrm{signum}(\sin(500\pi t)).$$

Можно также использовать функцию единичного скачка Heaviside(t) – функцию Хевисайда. Однако в этом случае для получения требуемого количества импульсов эту функцию придётся использовать многократно:

```
> T:=0.002: # Период в сек.
> S:=-0.3+0.6*((Heaviside(t)-
Heaviside(t-T))
+(Heaviside(t-2*T)-Heaviside(t-3*T))
+(Heaviside(t-4*T)-Heaviside(t-5*T))
+(Heaviside(t-6*T)-Heaviside(t-7*T))
+(Heaviside(t-8*T)-Heaviside(t-9*T))
+(Heaviside(t-10*T)-Heaviside(t-
11*T))
+(Heaviside(t-12*T)-Heaviside(t-
13*T))
+(Heaviside(t-14*T)-Heaviside(t-
15*T))
+(Heaviside(t-16*T)-Heaviside(t-
17*T))):
```

Данная последовательность команд порождает тот же меандр, что и в предыдущем примере. Она более громоздка, но предпочтительней для использования. Maple работает с ней гораздо быстрее. Рабочим блоком здесь является функция Heaviside(t–N*T), где t – время, T – период функции, N – целое число. В результате суперпозиции этих функций получается меандр.

Сигнал пилообразной формы

Сигнал пилообразной формы можно получить с помощью функции floor(x). Она выдаёт самое большое целое число, меньше или равное x. Если с её помощью записать функцию времени в виде t-Pi*floor(t/Pi), то получим периодический пилообразный сигнал с периодом Pi . Ниже показана строчка кода Maple, которая строит этот сигнал:

```
S:=t-Pi*floor(t/Pi) ; # сигнал
пилообразной формы
```

$$S := t - \pi\,\mathrm{floor}\left(\frac{t}{\pi}\right).$$

Общие рекомендации по выбору сигналов

При выборе сигнала для аналитических расчётов следует руководствоваться принципом минимальной достаточности и выбирать самый простой сигнал, который позволяет вам извлечь интересные для вас характеристики цепи.

Переходные процессы в нагруженном трансформаторе с сердечником

В учебниках по электротехнике вы не найдёте полноценно решённых задач, сопоставимых с этой по сложности. Причина в том, что авторы избегают громоздких задач, превращающих учебник в толстую, дорогую, неинтересную книгу, которую никто не купит. В результате учебники кишат одними и теми же примитивными задачами, которые кочуют из одного издания в другое. MSpice позволяет преодолеть барьер сложности. При этом объёмные математические выкладки можно заменять эквивалентной короткой последовательностью команд Maple, если это не принципиально для понимания сущности задачи. Сейчас программ Maple, MathCAD, Mathematica и MatLAB нет только у ле-

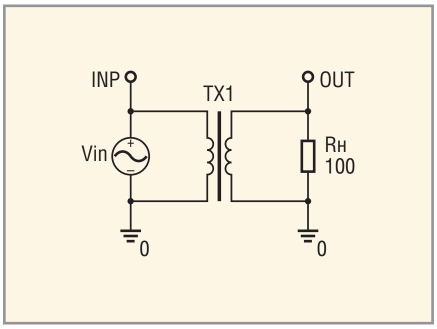

Рис. 1. Схема нагруженного трансформатора с ферритовым сердечником

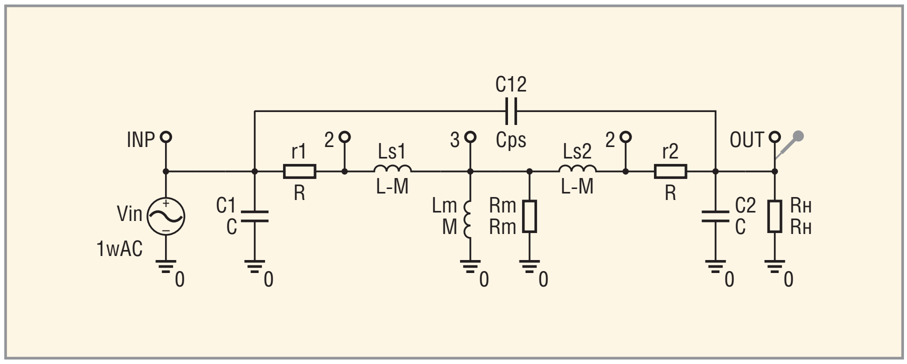

Рис. 2. Эквивалентная схема для аналитического расчёта

нивых. Скорее всего, эпоха бумажных учебников прошла.

Метод Лапласа хоть и не всесилен, но зато необычайно зрелищен и красив! Решим методом Лапласа задачу прохождения импульса через нагруженный трансформатор с ферромагнитным сердечником (рис. 1). На рис. 2 представлена схема замещения трансформатора, в ней учтены потери в обмотках (r1, r2) и сердечнике (Rm). На вход трансформатора поступают прямоугольные импульсы, надо найти напряжение на нагрузке:

```
> restart: with(inttrans):
alias(H=Heaviside):
read(`F:/PMAPLE/ESolver.m`);
with(MSpice):
ESolve(Q,`Maqgnetic-PSpiceFi-
les/SCHEMATIC1/SCHEMATIC1.net`);
```

Получим систему уравнений Кирхгофа для этой цепи:

$$\frac{V3-V2}{s\,Ls1}-\frac{V-Vin}{r1}=0$$

$$\frac{V4-V3}{s\,Ls2}-\frac{V3-V2}{s\,Ls1}-\frac{V3}{s\,Lm}-\frac{V3}{Rm}=0$$

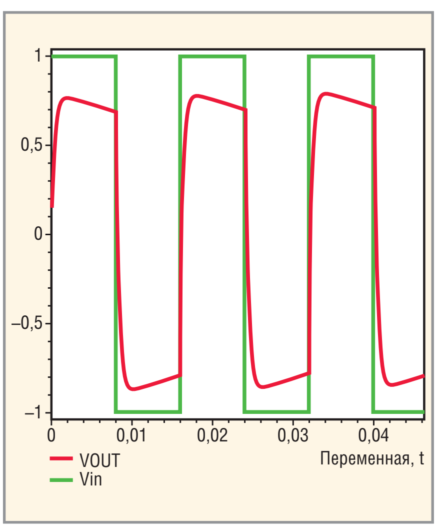

Рис. 3. Сигнал на входе Vin и выходе VOUT трансформатора

$$-\frac{VOUT}{Rн}-\frac{VOUT-V4}{r2}-$$
$$-(VOUT-Vin)\,s\,C12-VOUT\,s\,C2=0$$

$$\{VOUT, V4, V2, V3\}$$

После ввода

```
>VOUT:=simplify(VOUT,'size');
```

получаем формулу для *VOUT*. Ввиду её громоздкости она здесь не приводится.

Введём численные данные в задачу

```
Values(laplace,RLCVI):
Ls1  := L-M:
Ls2  := L-M:
Rн  := Rн:
Lm  := M:
C1  := C:
r1  := R:
r2  := R:
C12  := Cps:
C2  := C:
Rm  :=Rm:
Vin  := laplace(-1+2*H(t)-2*H(t-
T)+2*H(t-2*T)-2*H(t-3*T)+2*H(t-
4*T)-2*H(t-5*T),t,s):
>T:=0.008: # Период в сек.
> L:=500e-3: M:=0.95*L: R:=10:
Rн:=100: Rm:=5e3: Cps:=10e-12:
C:=50e-12:
```

После подстановки номиналов входной сигнал в операторной форме будет таким:

```
> Vin:=evalf(Vin);
```

$$Vin := (1 - 2e^{-0{,}008s} + 2e^{-0{,}016s} - 2e^{-0{,}024s} + 2e^{-0{,}032s} - 2e^{-0{,}04s})/s.$$

Теперь воспользуемся обратным преобразованием Лапласа для получения выходного и входного сигнала трансформатора во временной области. Формулы достаточно громоздки, мы их здесь не показываем.

```
>VOUT:=invlaplace(VOUT,s,t):
Vin:=invlaplace(Vin,s,t):
```

Теперь построим график этих функций во временной области. Мы видим, что это типичная картинка, которую можно увидеть, подключив осциллограф к выходным обмоткам импульсного трансформатора с сердечником (рис. 3).

```
>HSF([VOUT,Vin],t=0..4.63e-2,
 "6) Сигнал на входе Vin и выходе
VOUT трансформатора ");
> VOUT:=simplify(VOUT,'size');
```

Итоговая формула для *VOUT* из-за громоздкости здесь не приводится.

Ограничитель скорости нарастания выходного напряжения

В системах автоматического регулирования нелинейность регулируемого объекта может быть вызвана тем, что входной сигнал нарастает слишком быстро – скачком. При этом в случае применения регуляторов с интегрирующим звеном могут появиться медленно спадающие выбросы большой амплитуды.

Чтобы воспрепятствовать этому, можно настолько увеличить постоянную времени интегрирования, что даже при больших скачках сигнала выбросы не будут появляться. Однако в области малых сигналов это приводит к существенному возрастанию времени установления. Значительно выгоднее ограничить скорость нарастания задающего сигнала так, чтобы она не превосходила максимально возможную скорость нарастания сигнала на выходе объекта. При этом мы остаёмся в линейном диапазоне работы, и возможное появление выбросов надёжно исключается. Время установления для большого сигнала не возрастает, поскольку регулируемый параметр не может изменяться быстрее.

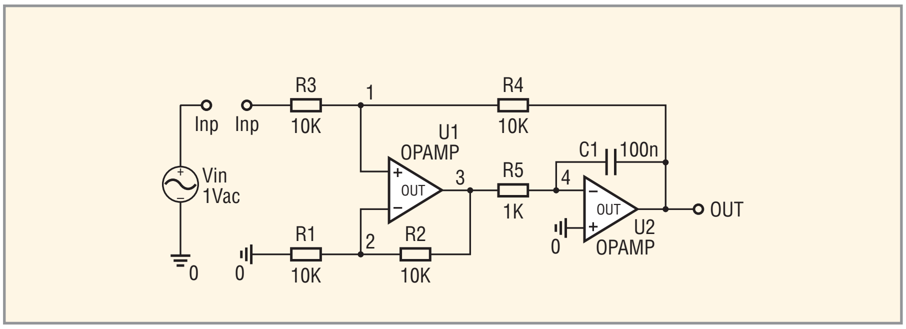

Рис. 4. Схема для ограничения скорости нарастания задающего параметра

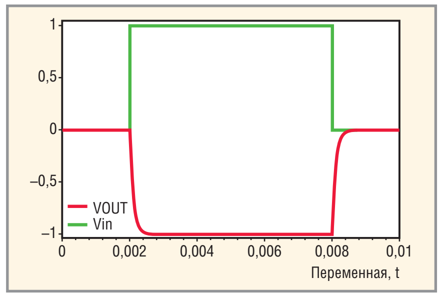

Рис. 5. Сигнал на входе Vin и выходе VOUT ограничения скорости нарастания

Для ограничения скорости нарастания сигнала можно использовать схему, показанную на рис. 4. Когда на вход поступает скачок напряжения, выходной сигнал усилителя U1 достигает граничного значения диапазона регулирования. Выходное напряжение U2 при этом возрастает с некоторой конечной скоростью до тех пор, пока благодаря результирующей отрицательной обратной связи не достигнет значения Vinp. Таким образом, импульс напряжения прямоугольной формы превращается в трапецеидальный импульс. Если скорость нарастания входного напряжения меньше, чем граничное значение, сигнал передаётся без искажений. В отличие от варианта, использующего фильтр нижних частот, ширина полосы для малых сигналов в этом случае не меняется. Произведём расчёт нашей схемы и покажем этот эффект (рис. 5).

Вводим:

```
> restart: read(`F:/PMAPLE/ES-
olver.m`);with(MSpice):with(int-
trans):alias(H=Heaviside):
Devices:=[[OP,DC1]]:
ESolve(Q,`Ogranichitel/OP-PSpice-
Files/SCHEMATIC1/SCHEMATIC1.net`);
```

Получаем систему уравнений Кирхгофа:

$$(-A2V4-V4)sC1+\frac{A1(V1-V2)-V4}{R5}=0$$

$$-\frac{V2}{R1}-\frac{V2-A1(V1-V2)}{R2}=0$$

$$\frac{Vin-V1}{R3}-\frac{V1+A2V4}{R4}=0$$

$$\{V1, V2, V4\}$$

Определим выражение для выходного напряжение схемы. Для упрощения формул примем, что ОУ идеальные и обладают бесконечным усилением. Вводим:

```
> VOUT:=limit(VOUT,A=infinity);
```

И получаем:

$$VOUT := -(A2A1R4Vin(R2+R1))/((R1R4C1R5+R1R4A1C1R5A2+R1R4A1C1R5+R1R3C1R5A5+R1R3C1R5+R1R3A1C1R5A2+R1R3A1C1R5+R1R4C1R5A2+R4R2C1R5A2+R4R2C1R5+R3R2C1R5A2+R3R2C1R5)s+R1A1R3A2+R3R2+R4R1A1+R4R1+R4R2+R2A1R3A2+R3R1A1+R3R1).$$

Вводим номиналы компонентов:

```
> Values(DC,RLCVI,[]):
R4 := 0.10e5: [10K]
R1 := 0.10e5: [10K]
R2 := 0.10e5: [10K]
C1 := 0.100e-6: [100n]
R3 := 0.10e5: [10K]
R5 := 0.1e4: [1K]
A2 := 0.1e7: [1e6]
A1 := 0.1e7: [1e6]
Vin:=Heaviside(t-.2e-2)-Heavi-
side(t-.8e-2)
```

Построим график входного и выходного сигнала. Для этого вводим:

```
> VOUT:=invlaplace(VOUT,s,t);
 Vin:=invlaplace(Vin,s,t):
 IMG([DOUT/1e4,VOUT,Vin],t=0..1e-
2,"8) Сигнал на входе Vin и выхо-
де VOUT ограничения скорости
нарастания del[Vin,VOUT])
```

И получаем:

$$Vin := \frac{e^{-0,0020s} - 1.e^{-0,0080s}}{s},$$

$$VOUT := -1H(t-0{,}0020)(1-1e^{-10000t+20}) + H(t-0{,}0080)(1-1e^{-10000t+80}).$$

Как мы говорили, напряжение на выходе VOUT ограничено в скорости роста, и прямоугольный управляющий сигнал, проходя схему, приобретает трапецеидальную форму (рис. 5).

Продолжение следует.