

# Методы построения банка цифровых фильтров: конвейерное частотное преобразование и взвешенное перекрывающееся сложение

Леонид Азаренков, Иван Канатов, Дмитрий Каплун (Санкт-Петербург)

Рассмотрены методы конвейерного частотного преобразования (PFT) и взвешенного перекрывающегося сложения (WOLA), использующие гетеродинирование, прореживание и преобразование Фурье. Описана канальная структура банка цифровых фильтров. Приведены амплитудно-частотные характеристики сигналов на выходах различных каналов банка цифровых фильтров.

## ВВЕДЕНИЕ

В операциях цифровой обработки сигналов особое внимание уделяется цифровой фильтрации, которая по объёму вычислений в среднем занимает от 20 до 60%. В узком смысле, цифровой фильтр – это частотно-избирательная цепь, обеспечивающая селекцию цифровых сигналов по частоте [1]. После выполнения цифровой фильтрации, как правило, получается сигнал, несущий полезную информацию в удобном для последующей обработки виде.

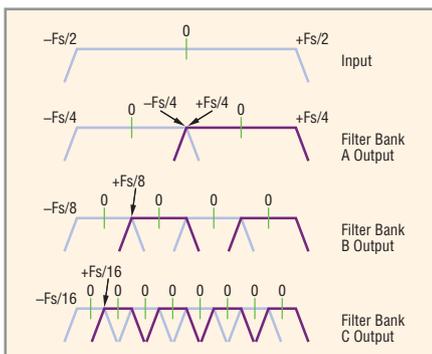


Рис. 1. Конвейерное частотное преобразование

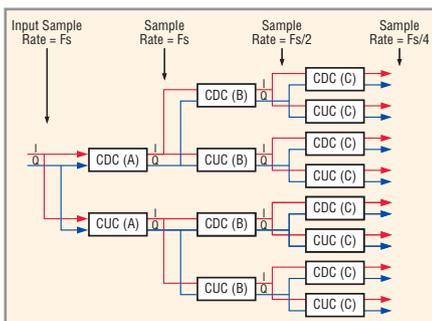


Рис. 2. Древовидная схема КЧП для  $n = 3$

В современных системах цифровой обработки сигналов предъявляются повышенные требования к параметрам цифровых фильтров. Частоты, на которых работают фильтры, нередко достигают нескольких сотен мегагерц и более. Соответственно, возрастает ширина полосы фильтров. Это приводит к увеличению объёма и скорости вычислений и, соответственно, к росту аппаратных затрат. Чтобы свести к минимуму возможные потери информации и повысить качество её обработки, цифровые фильтры должны обеспечивать возможность быстрой работы с большими блоками данных. Одним из вариантов решения этой задачи является использование банка цифровых фильтров.

Банк цифровых фильтров предназначен для разбиения входного сигнала на подканалы [2]. В рассматриваемом случае банк фильтров представляет собой совокупность однотипных полосовых фильтров, перекрывающих весь исследуемый частотный диапазон.

Рассмотрим два метода построения банка цифровых фильтров.

## КОНВЕЙЕРНОЕ ЧАСТОТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Конвейерное частотное преобразование (см. рис. 1) представляет собой последовательный сдвиг сигнала на  $\pm F/4$  и фильтрацию ФНЧ с полосой пропускания  $[-F/4; +F/4]$ , где  $F$  – ширина полосы сигнала. В результате такого преобразования сигнал разде-

ляется на два канала: нижний –  $[-F/2; 0]$  и верхний –  $[0; F/2]$ .

Используя данный метод, можно разделить спектр исходного сигнала на необходимое число каналов, при этом число каналов  $N = 2^n$ , где  $n$  – число стадий (ступеней конвейера или уровней дерева преобразования [2]).

В простейшем случае для получения  $N = 2^n$  равных каналов может быть использовано бинарное дерево преобразования с числом уровней  $n$ , как показано на рисунке 2. Для разделения сигнала на верхние и нижние каналы используются CDC (Complex Down Converter – комплексный понижающий преобразователь частоты) и CUC (Complex Up Converter – комплексный повышающий преобразователь частоты).

На каждом последующем уровне дерева ширина полосы сигнала уменьшается в два раза, что позволяет понижать частоту дискретизации вдвое. Однако на практике приходится иметь дело с передискретизованным (oversampled) в два раза сигналом, поскольку невозможно точно отфильтровать его полезную часть и после прореживания (децимации) выборки происходит наложение частот. На первой ступени прореживание не производится, а на последующих ступенях выполняется с фактором  $M = 2$ , при этом коэффициент передискретизации сохраняется на каждой ступени.

На рисунке 3 представлен комплексный понижающий преобразователь частоты (CDC) для первого уровня дерева преобразования. На каждом последующем уровне частоты гетеродинов будут уменьшаться вдвое. Комплексный повышающий преобразователь частоты (CUC) отличается от понижающего преобразователя противоположными знаками в сумматорах.

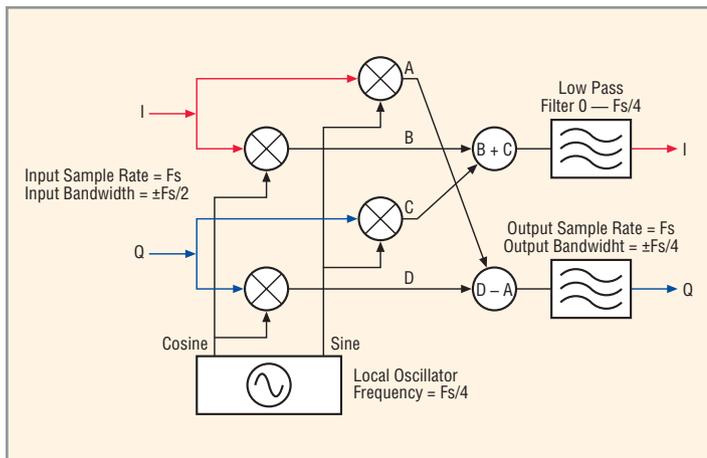


Рис. 3. Комплексный понижающий преобразователь частоты (CDC(A))

Очевидным недостатком древовидной структуры является разрастание дерева при большом числе каналов. К счастью, такая архитектура может быть значительно упрощена:

- поскольку на каждом последующем уровне (кроме второго, – на первом уровне децимация не производится) частота дискретизации уменьшается вдвое, порядок FIR-фильтров и значения коэффициентов не изменяются, и полоса сигнала используется эффективно;
- уменьшение частоты дискретизации позволяет сохранять неизменными таблицы гетеродинов (sin и cos), масштабируя их от ступени к ступени;
- поскольку выполняется прореживание, то на каждом последующем уровне общее число выходных отсчётов не увеличивается. Следовательно, можно использовать один FIR-фильтр для совместной обработки нескольких чередующихся сигналов путём введения дополнительных задержек между коэффициентами;
- благодаря тому, что выходные отсчёты с фильтров прореживаются для передачи на следующий уровень, можно не вычислять неиспользуемые отсчёты и увеличить эффективность фильтрации. Оптимизированный фильтр для совместной обработки и прореживания двух ветвей, содержащих чередующиеся сигналы, изображён на рисунке 4. Такая оптимизация позволяет обойтись на каждом уровне дерева только одним фильтром, обрабатывающим и вещественные, и мнимые части сигналов во всех каналах.

Для конкретных реализаций архитектуры возможны и другие методы оптимизации. В итоге древовидную структуру можно заменить конвейер-

ром, изображённым на рисунке 5. В этой структуре из-за двух параллельных ветвей используется по два оптимизированных фильтра на стадии, что вызвано необходимостью передискретизации.

На рисунках 6 – 8 представлены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) для первой, второй и третьей ступеней, измеренные по всему диапазону  $0...F_s$  с шагом в 10 Гц. На вход подавался гармонический сигнал соответствующей частоты. Затем в качестве коэффициента передачи фильтра использовался максимальный по абсолютному значению отсчёт соответствующего канала (из рассмотрения исключалось время переходного процесса). В блоках CDC и CUC использовались фильтры с полосой пропускания  $[0; F_s/4]$  и шириной спада характеристики  $0,1F_s$ ,

что соответствует в данном случае фильтру  $0...2500/3500$  Гц.

На рисунках 9 и 10 представлены АЧХ третьей ступени при использовании более узкополосного ( $0...2000/2500$  Гц) и более широкополосного ( $0...3000/3500$  Гц) фильтров. Видно, что при использовании узкополосного фильтра АЧХ каналов имеют большую неравномерность.

### ВЗВЕШЕННОЕ ПЕРЕКРЫВАЮЩЕЕСЯ СЛОЖЕНИЕ

Реализация банка фильтров основывается на трёх операциях [2]: сдвиге в частотной области (модуляция комплексной экспонентой  $e^{jwk}$ ), фильтрации ФНЧ  $b(n)$  и прореживании. Схема работы банка фильтров приведена на рисунке 11, где  $wk$  – центральная частота фильтра  $b(n)$ .

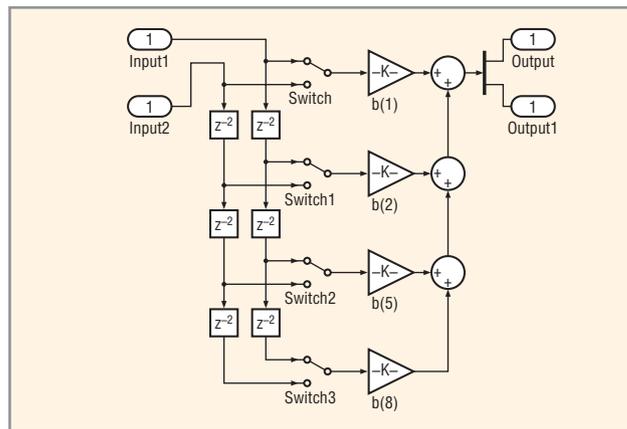


Рис. 4. Децимирующий FIR-фильтр, обрабатывает две ветви с двумя вложенными сигналами в каждой

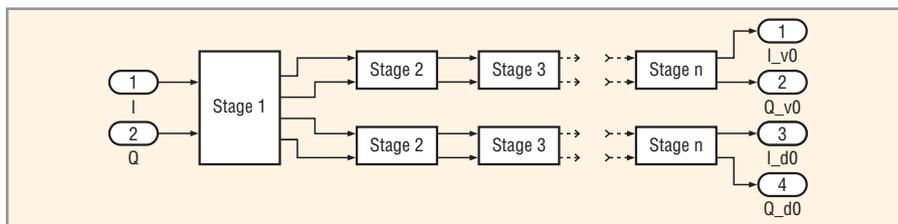


Рис. 5. Оптимизированный конвейер для частотного преобразования

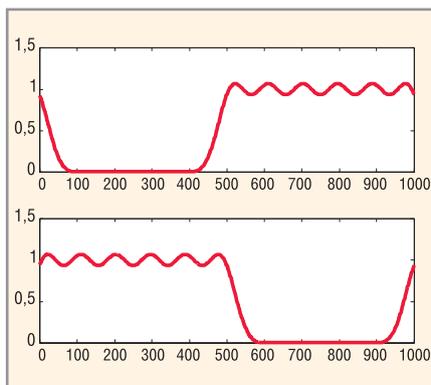


Рис. 6. АЧХ первой ступени

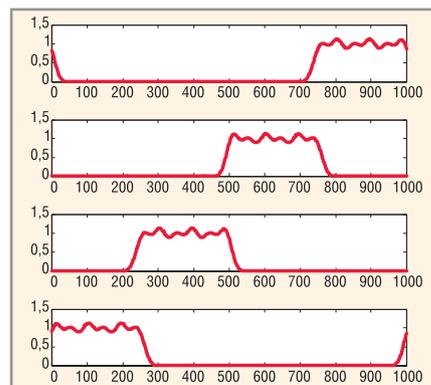


Рис. 7. АЧХ второй ступени

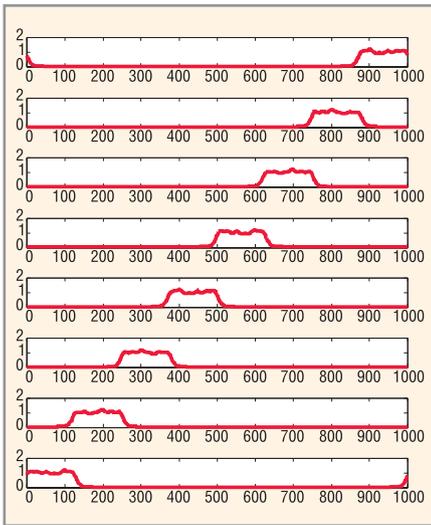


Рис. 8. АЧХ третьей ступени

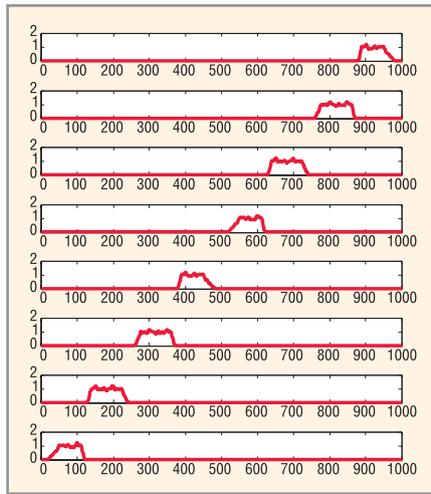


Рис. 9. АЧХ третьей ступени при использовании фильтра 0...2000/2500 Гц

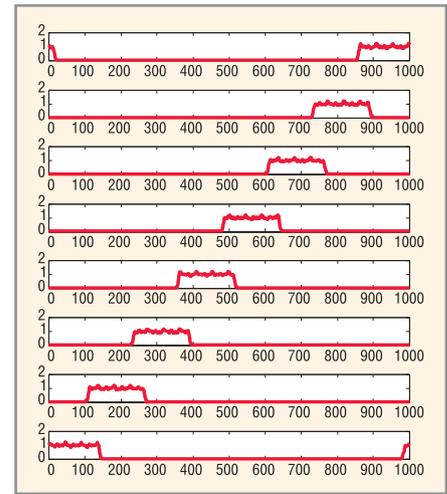


Рис. 10. АЧХ третьей ступени при использовании фильтра 0...3000/3500 Гц

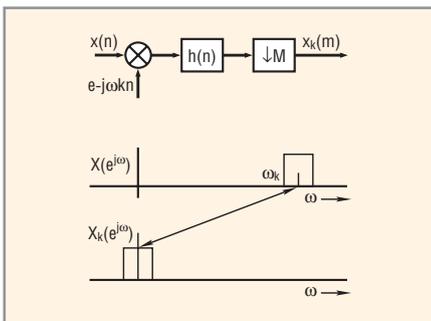


Рис. 11. Схема работы банка фильтров

Выходные отсчёты после фильтрации определяются уравнением [3]:

$$x_k(m) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} b(mM - n)x(n)W_k^{-kn}. \quad (1)$$

Реализация фильтра согласно формуле (1) очень неэффективна. Для критически децимированного банка фильтров полифазная декомпозиция предпочтительнее. Полифазная реализация (1) описывается следующим уравнением:

$$x_k(m) = \sum_{p=0}^{M-1} [P_p(m) * x_p(m)] W_k^{-kp} = FFT_p \{ P_p(m) * x_p(m) \}. \quad (2)$$

\* обозначает свёртку,  $P_p(m) = b(mM - p)$ ,  $x_p(m) = x(mM + p)$ .

Полифазная структура (см. рис. 12) предполагает, что выходные отсчёты критически прорежены, т.е. частота дискретизации в каждом канале в  $K$  раз меньше, чем частота дискретизации входного сигнала, где  $K$  – число каналов. Увеличение выходной частоты в целое число раз возможно добавлением нулей на входе каждого полифазного фильтра.

Метод взвешенного перекрывающегося сложения (WOLA) реализует

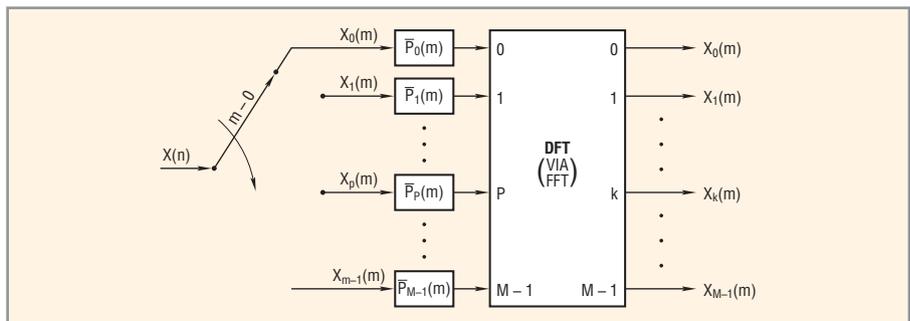


Рис. 12. Полифазный банк фильтров

полифазный банк фильтров в терминах поблочного анализа. Как и в предыдущем случае, выходные отсчёты описываются уравнением (1). Это уравнение может быть переписано следующим образом:

$$y_m(n) = b(mM - n)x(n), \quad (3a)$$

$$x_k(m) = \sum_{n=0}^{\infty} y_m(n) W_k^{-kn}. \quad (3б)$$

Используя такую форму, фильтр  $b(*)$  можно представить в виде скользящего анализирующего окна, которое выделяет короткую последовательность  $y_m(n)$  и затем производит короткое преобразование Фурье. При такой интерпретации индекс децимированного времени  $m$  – это номер блока, и  $x_k(m)$  может быть интерпретировано как кратковременный спектр сигнала в момент времени  $n = mM$ . После выполнения подстановки  $r = n - mM$  кратковременное преобразование может быть представлено в виде:

$$X_k(m) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} b(-r)x(r + mM)W_k^{-kr}. \quad (4)$$

Чтобы привести уравнение (4) к форме, удобной для применения БПФ, используется наложение во вре-

мени, т.к. для БПФ число выходных отсчётов равно числу входных. Последовательность  $y_m(n)$  делится на сегменты длиной  $K$ , где  $K$  – длина БПФ или количество каналов; затем производится наложение сегментов и преобразование Фурье от получившейся суммы длиной  $K$ .

Алгоритм может быть сведён к следующим шагам:

- взвешиванию сигнала анализирующим окном и получению  $y_m(r) = b(-r)x(r + mM)$ ;
- сегментированию последовательности  $y_m(r)$  на блоки длиной  $K$  и наложению их друг на друга, т.е.  $x_m(r) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} y_m(r + lK)$ ;
- выполнению БПФ получившейся последовательности для получения выходных отсчётов  $x_k(m) = FFT\{x_m(r)\}$ ;
- сдвигу данных на  $M$  для следующего блока ( $m + 1$ ) и загрузке в регистр нового блока длиной  $M$ .

Для критического прореживания ( $M = K$ ) взвешенное перекрывающееся сложение аналогично полифазному банку фильтров. Различие лишь в том, что оно ориентировано на поблочный анализ. Рисунок 13 иллюстрирует алгоритм для  $N = 4K$ . В качест-

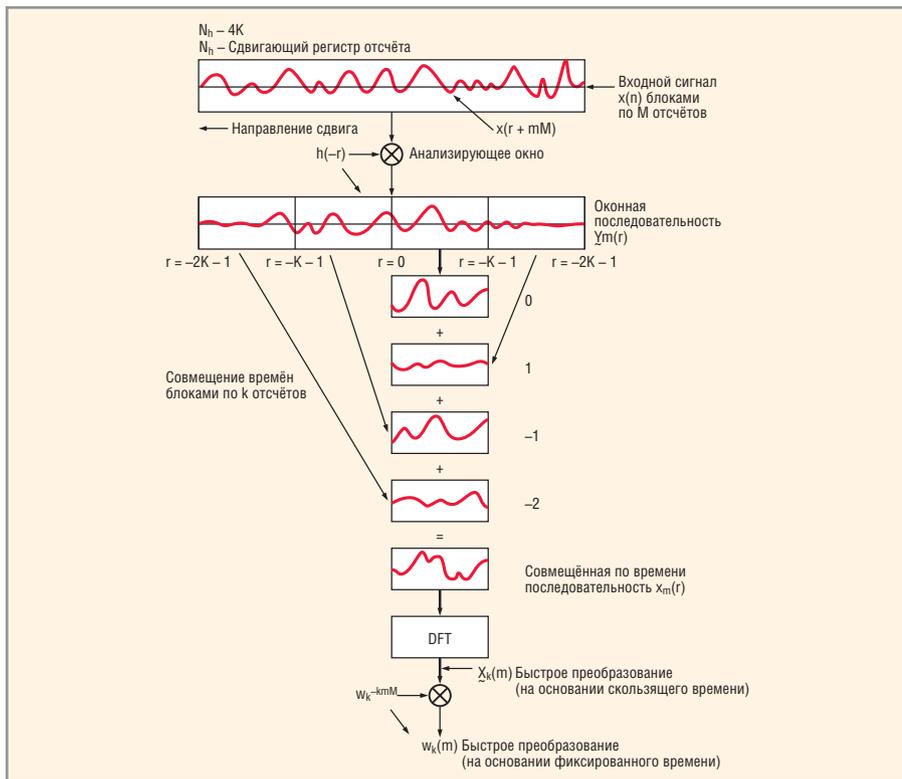


Рис. 13. Алгоритм взвешенного перекрывающегося сложения (WOLA)

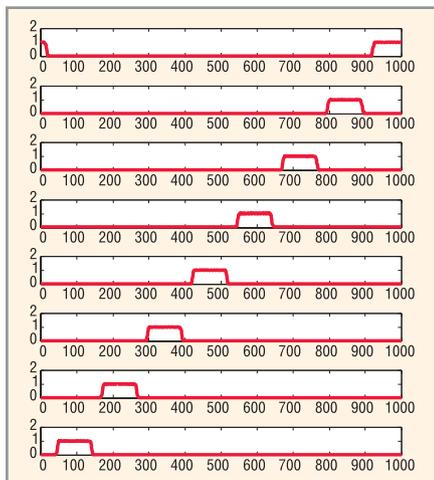


Рис. 14. АЧХ WOLA банка фильтров: анализирующее окно (0...425/525)

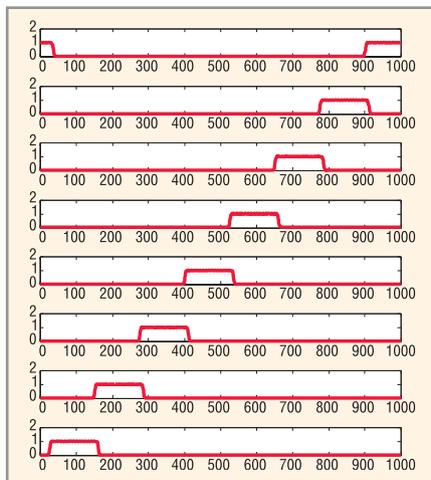


Рис. 15. АЧХ WOLA банка фильтров: анализирующее окно (0...625/725)

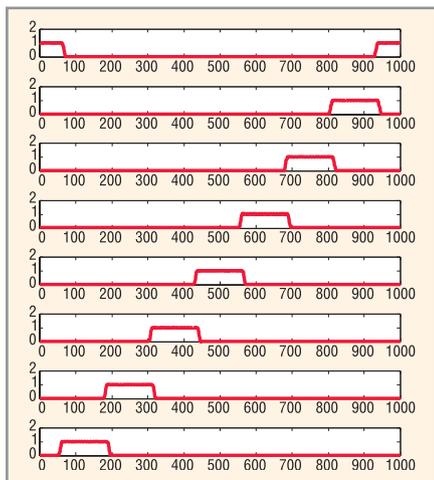


Рис. 16. АЧХ WOLA банка фильтров: анализирующее окно (0...625/725), без сдвига

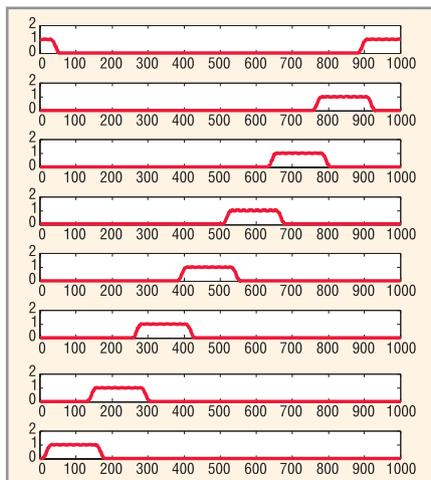


Рис. 17. АЧХ WOLA банка фильтров: анализирующее окно (0...625/875)

в анализирующего окна  $b(r)$  берётся ФНЧ с полосой пропускания, соответствующей одному каналу. Длина этого фильтра должна быть кратной  $K$ .

На рисунках 14 и 15 представлены АЧХ банка фильтров WOLA для различных анализирующих окон. Следует отметить, что для данного метода расположение каналов отлично от расположения каналов при PFT. На рисунках 14, 15 произведён сдвиг сигнала влево на половину ширины полосы выходного сигнала. На рисунке 16 представлена АЧХ без сдвига. На рисунке 17 представлена АЧХ, аналогичная АЧХ для PFT при использовании фильтра 0...2500/3500 Гц.

Необходимо учитывать, что если будет нарушаться условие критического прореживания (ширина канала для данного примера будет более 1250 Гц, что имеет место, т.к. каналы перекрываются), то будет происходить наложение частот. Наложение незаметно на АЧХ, поскольку одновременно в сигнале присутствует только одна частота. Этого можно избежать, если использовать передискретизанный в два раза сигнал.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение методов построения банков цифровых фильтров WOLA и PFT:

- PFT позволяет получать отсчёты с промежуточных стадий, WOLA не позволяет;
- в PFT возможно использовать различные фильтры на разных стадиях;
- PFT имеет более простую реализацию, т.к. нет необходимости реализовывать алгоритм БПФ. Однако при наличии готовой реализации БПФ, WOLA оказывается значительно проще и, возможно, быстрее;
- в PFT затруднено получение узкополосных каналов; в WOLA, напротив, возникают проблемы при получении перекрывающихся каналов;
- АЧХ фильтров при использовании WOLA значительно превосходят по качеству АЧХ, полученные при использовании PFT.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Солонина А.И., Улахович Д.А., Арбузов С.М. и др. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций. БХВ-Петербург, 2003.
2. Lillington J. CTO, RF Engines Limited. www.rfel.com, 2002.
3. Рабинер Л., Гулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.