

# Синтез совершенных банков решетчатых фильтров без умножителей

Александр Мингазин (Москва)

Рассмотрена задача синтеза совершенных двухканальных банков решетчатых фильтров без умножителей и предложены два алгоритма её решения. В первом алгоритме используется вариация исходных параметров метода, включающего взвешенную чебышевскую аппроксимацию и спектральную факторизацию, а во втором – сочетание вариации исходных параметров и дискретных коэффициентов фильтра. Приведены примеры синтеза, подтверждающие эффективность алгоритмов.

## ВВЕДЕНИЕ

Банки цифровых фильтров нашли широкое применение в проводной и беспроводной связи, в подполосном кодировании звука и изображения, а также в других приложениях. Банк фильтров состоит из банков анализа и синтеза, образуя систему анализа/синтеза. При анализе сигнал разделяется в частотной области на  $L$  составляющих, каждая из которых прореживается с коэффициентом  $L$  для последующей обработки, зависящей от области применения, а при выполнении синтеза составляющие интерполируются с коэффициентом  $L$  и объединяются для получения выходного сигнала. Такие  $L$ -канальные системы анализа/синтеза могут быть спроектированы на базе древовидных структур с использованием двухканальных систем.

Обработке сигнала с помощью произвольного банка фильтров свойственны амплитудные и фазовые искажения, а также погрешности наложения. Банки фильтров, в которых выходной сигнал представляет собой задержанную копию входного сигнала, т.е. свободен от всех перечисленных искажений, называют совершенными, или банками с полным восстановлением [1]. Многоканальные древовидные структуры, выполненные на основе совершенных двухканальных банков, будут также совершенными.

Совершенные двухканальные системы анализа/синтеза могут быть спроектированы на базе КИХ-филь-

тров [2]. Возможно построение этих фильтров с использованием прямой формы или решетчатой структуры. В отличие от банков КИХ-фильтров прямой формы, свойство совершенности банков решетчатых КИХ-фильтров структурно обусловлено [1], т.е. независимо от значений коэффициентов их передаточных функций, полное восстановление входного сигнала гарантируется самой решетчатой структурой. Квантование коэффициентов, даже очень грубое, в этом случае будет сказываться только на частотных характеристиках фильтров анализа и синтеза и не будет влиять на всю систему анализа/синтеза.

Для СБИС-исполнения очень экономичны структуры фильтров без умножителей, когда все умножители на коэффициенты заменяются сумматорами и элементами сдвига. При этом для уменьшения сложности и повышения быстродействия такого исполнения важно на этапе расчёта минимизировать полное число сумматоров, включающее сумматоры самой структуры фильтров и сумматоры, заменяющие умножители. Для этой цели применительно к совершенным двухканальным банкам решетчатых фильтров использовались разные подходы [3, 4], основанные на вариации коэффициентов (ВК). В [3] предложен метод поиска по дереву, сочетающий нелинейное квантование коэффициентов в определённой очередности и реоптимизацию остальных коэффициентов на непре-

рывном множестве значений. Для конкретных примеров метод может потребовать десятки часов машинного времени. На идее неполного перебора нелинейно квантованных коэффициентов основан метод, описанный в [4]. Области возможного изменения коэффициентов определяются предварительно с помощью процедуры нелинейной оптимизации. Этот метод может потребовать сотни миллионов оценок решений с дискретными (квантованными) коэффициентами.

В данной работе для синтеза совершенных двухканальных банков решетчатых фильтров без умножителей предложены два алгоритма. Первый основан на вариации исходных параметров (ВИП) [5], а второй – на сочетании ВИП и простой процедуры ВК. Алгоритм ВИП характеризуется малым числом оценок решений с дискретными коэффициентами, а сочетание ВИП и ВК позволяет дополнительно улучшить результат.

## СОВЕРШЕННЫЙ ДВУХКАНАЛЬНЫЙ БАНК РЕШЕТЧАТЫХ ФИЛЬТРОВ

На рис. 1а представлена структурная схема, пригодная для построения совершенного двухканального банка фильтров [2]. На рис. 1б, 1в показаны решетчатые структуры банков анализа и синтеза, которые независимо от значений коэффициентов  $\alpha_i, i = 0, 1, \dots, N - 1$  придают системе на рис. 1а свойство совершенности [1]. Каждая из структур выполняет функции фильтра нижних и верхних частот и содержит  $2N$  сумматоров и столько же умножителей на коэффициенты. Ключи служат для прореживания при анализе и интерполяции при синтезе.

Совершенный банк фильтров фактически описывается лишь одной передаточной функцией  $H_0(z)$ , соответствующей КИХ-фильтру нижних частот с несимметричной импульсной характеристикой (ИХ). Не-

чётный порядок этого фильтра равен  $2N - 1$ . Передаточная функция всего банка равна  $Cz^{-2N+1}$ , где константа

$$C = \prod_{i=0}^{N-1} (1 + \alpha_i^2)$$

определяет коэффициент передачи. На практике коэффициент  $C$  может быть изменён и для минимизации шумов округления разбит на отдельные масштабные множители, которые вводятся между каскадами решетчатой структуры фильтра. Для упрощения реализации эти множители выбираются равными степени двойки. Далее вопросы масштабирования не рассматриваются.

### СИНТЕЗ В ОБЛАСТИ НЕПРЕРЫВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Итак, для построения совершенного двухканального банка решетчатых фильтров достаточно синтезировать лишь один КИХ-фильтр нижних частот с несимметричной ИХ и передаточной функцией  $H_0(z)$ . Обычно интерес представляет АЧХ. Рассматриваемые решетчатые фильтры обладают свойством дополнения по мощности, которое структурно обусловлено. Поэтому достаточно получить АЧХ с желаемым ослаблением в полосе задерживания, т.к. неравномерность в полосе пропускания однозначно связана с этим ослаблением и обычно оказывается много меньше, чем требуется на практике. На сегодняшний день не существует аналитического решения этой задачи. Известны два подхода к синтезу совершенных банков решетчатых фильтров с непрерывными (неквантованными) коэффициентами, каждому из которых свойственны определённые недостатки [1].

*Первый* – прямой метод – основан на поиске коэффициентов  $\alpha_i$  решетчатого фильтра. Эта задача может быть решена методами нелинейного программирования и требует значительно большего машинного времени, чем в случае синтеза КИХ-фильтров прямой формы с симметричными ИХ. Как известно, такие фильтры можно синтезировать с помощью очень эффективного алгоритма взвешенной чебышевской аппроксимации (ВЧА) [6].

*Второй* – косвенный метод – учитывает, что передаточная функция вида  $H(z) = z^{-2N+1}H_0(z)H_0(z^{-1})$  соответствует полуполосному КИХ-фильтру нижних частот с симметричной ИХ и

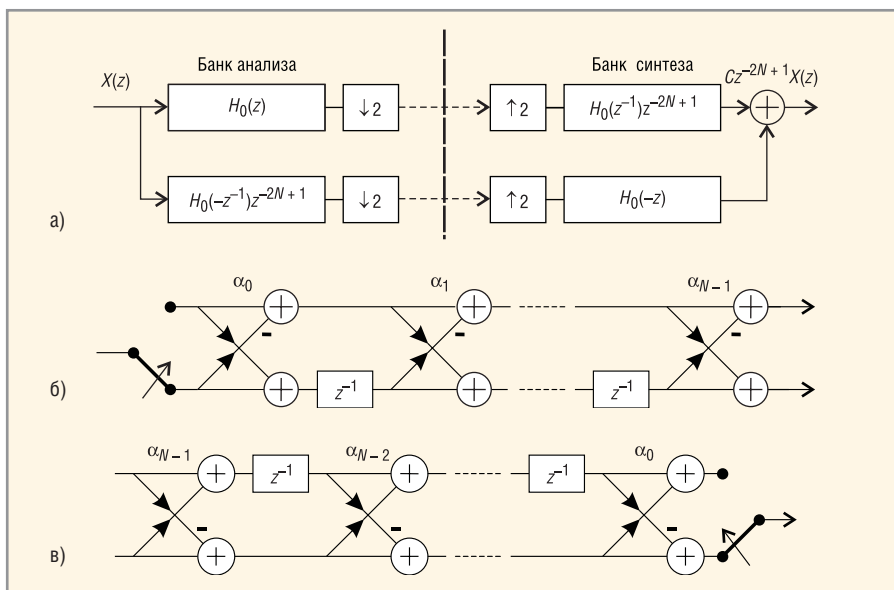


Рис. 1. Структурная схема двухканального банка фильтров (а), решетчатая структура банка анализа (б) и банка синтеза (в)

удвоенным порядком, равным  $2(2N - 1)$ . Вначале с помощью ВЧА синтезируют этот фильтр, а затем выполняют спектральную факторизацию  $H(z)$  кепстральным методом [7] для получения  $H_0(z)$ . Далее ИХ фильтра с  $H_0(z)$  пересчитывают в коэффициенты решетчатой структуры. К недостаткам такого подхода относят необходимость синтеза фильтра с удвоенным порядком и наличие погрешности кепстрального метода. Было показано [8], что для расчёта полуполосного фильтра можно обойтись прототипом с вдвое меньшим порядком и тем самым устранить первый недостаток, поскольку переход от прототипа к желаемому фильтру тривиален.

Оба подхода являются приближёнными. В данной работе для синтеза совершенных банков фильтров без умножителей с применением метода ВИП будем использовать второй подход как более эффективный в вычислительном смысле.

### УПРОЩЕНИЕ МЕТОДА ФАКТОРИЗАЦИИ

Для факторизации передаточной функции  $H(z)$  полуполосного КИХ-фильтра её необходимо представить в виде [9]:

$$H(z) = H'(z) + \delta'z^{-2N+1}, \quad (1)$$

где  $H'(z)$  – передаточная функция вспомогательного полуполосного фильтра с уровнем пульсаций АЧХ  $\pm \delta'$  от 1 в полосе пропускания и  $+\delta'$  от 0 в полосе задерживания.

Можно убедиться, что уровень пульсаций в полосе задерживания фильтра с  $H(z)$  равен  $2\delta'/(1 + \delta')$ . Оба рассматриваемых фильтра имеют одинаковые полосы.

Кепстральный метод [7], используемый для факторизации передаточной функции (1), предполагает вычисление комплексного логарифма  $\ln\{H(z)\} = \ln|H(z)| + j\arg\{H(z)\}$ , что требует громоздкой процедуры развёртывания фазы. Проблему можно обойти, если воспользоваться подходом, предложенным для преобразования КИХ-фильтра [10], содержащего минимально- и максимально-фазовые компоненты, в эквивалентный по АЧХ минимально-фазовый КИХ-фильтр. В этом случае вычисляется лишь действительная часть комплексного логарифма. При этом вся методика [7] фактически сохраняется, в ней необходимо лишь заменить  $\ln\{H(z)\}$  на  $\ln|H(z)|$  и изменить рекомендованное значение параметра  $\lambda$  в экспоненциальной последовательности  $\lambda^n$ . Умножение ИХ фильтра на  $\lambda^n$  требуется для смещения нулей  $H(z)$  с единичной окружности с целью корректного применения кепстрального метода. Вместо умножения ИХ на экспоненциальную последовательность можно предложить более простую процедуру смещения нулей, которая сводится к представлению (1) в виде:

$$H(z) = H'(z) + (\delta' + \delta'/r)z^{-2N+1}, \quad (2)$$

где  $r$  – положительная действительная константа.

Параметр  $r$ , как и упомянутый параметр  $\lambda$ , должен быть подобран. С уменьшением  $r$  растёт смещение нулей, и ослабление в полосе задерживания уменьшается. При  $r = \infty$  выражение (2) совпадает с (1).

Изменённую методику проиллюстрируем для полуполосного фильтра, имеющего порядок  $2(2N - 1) = 62$ . В конце статьи этот фильтр будет использован в примере 2. Здесь ограничимся контролем минимального ослабления  $a_0$  в полосе задерживания фильтра с передаточной функцией  $H_0(z)$ , полученной после факторизации. Скорость выполнения факторизации по методу [7] определяется числом точек прямого и обратного БПФ. Рекомендовано выбирать это число равным  $P \geq 8[2(2N - 1) + 1]$ . В нашем случае  $P \geq 8 \times 63 = 504$ .

Минимальное ослабление в полосе пропускания фильтра нормировано к 0 дБ. В табл. 1 для ряда значений  $P$  и  $r$  приведены результаты расчета  $a_0$ . Столбец, условно обозначенный как  $P = \infty$ , соответствует прямому вычислению  $a_0$  по  $H(z)$  (без её факторизации), учитывая, что  $|H_0(z)| = \sqrt{|H(z)|}$ . Таким образом, представленные цифры в столбце  $P = \infty$  служат для контроля точности факторизации при разных  $r$  и конечных  $P$ . Как видим, для  $r = \infty$  и относительно малых  $P$  имеют место существенные ошибки факторизации. С увеличением  $P$  точность возрастает. Для малых  $r$  и любых  $P$  точность очень высока. Для данного фильтра при  $P = 512$  значению  $r = 181$  соответствует максимум  $a_0 = 30,588$  дБ и несильное отличие его от максимума  $a_0 = 30,664$  дБ при  $P = r = \infty$ .

### СИНТЕЗ СОВЕРШЕННЫХ БАНКОВ ФИЛЬТРОВ БЕЗ УМНОЖИТЕЛЕЙ МЕТОДОМ ВИП

Метод ВИП требует предварительного выяснения функциональной зависимости коэффициентов фильтра

Таблица 1. Влияние параметров  $r$  и  $P$  на ослабление  $a_0$

$r$	$a_0$ , дБ			
	$P = 512$	$P = 1024$	$P = 4096$	$P = \infty$
$\infty$	16,194	26,401	30,436	30,664
2000	30,169	30,624	30,638	30,663
200	30,586	30,639	30,653	30,653
181	30,588	30,588	30,652	30,652
10	30,438	30,453	30,453	30,453
1	28,909	28,909	28,909	28,909
0,5	27,663	27,663	27,663	27,664

от исходных параметров. Как уже отмечалось, для получения коэффициентов  $a_i$  решетчатых структур на рис. 1б, 1в необходимо методом ВЧА синтезировать  $H(z)$  полуполосного КИХ-фильтра нижних частот, затем с помощью факторизации  $H(z)$ , определяемой (2), найти  $H_0(z)$  и по соответствующей ей ИХ определить коэффициенты решетчатой структуры. Коэффициенты  $H(z)$  являются функциями двух параметров [11]: граничной части (любой из двух) и масштабного множителя. Поэтому коэффициенты  $H_0(z)$  также будут зависеть от этих двух параметров, но коэффициенты решетчатых фильтров на рис. 1б, 1в утрачивают зависимость от масштабного множителя и определяются лишь граничной частотой. Таким образом, ВИП сводится к вариации одного параметра.

Предварительные исследования показывают, что результаты синтеза с помощью ВИП могут быть значительно улучшены, если наряду с граничной частотой использовать вариацию параметра  $r$ , введённого в формуле (2). От  $r$  зависят все коэффициенты решетчатой структуры, подобно тому как от масштабного множителя зависят все коэффициенты КИХ-фильтра прямой формы. Заметим, что вместо вариации  $r$  можно использовать вариацию  $\lambda$ .

**Постановка задачи.** С учётом изложенного, задачу синтеза совершенного банка решетчатых фильтров без умножителей с помощью ВИП сформулируем как

$$\Sigma(\mathbf{p}) \rightarrow \min_{\mathbf{p}}, \quad \tilde{\delta}(\mathbf{p}) \leq \delta_{\max}, \quad \mathbf{p} \in S(\mathbf{p}), \quad (3)$$

$$\mathbf{p} = (p_1, p_2) = (f_1, r) \text{ или } \mathbf{p} = (p_1, p_2) = (f_2, r),$$

где  $\Sigma$  – полное число сумматоров, включающее структурные сумматоры и сумматоры, заменяющие умножители;  $\tilde{\delta}$  – уровень пульсаций АЧХ в номинальной полосе задерживания;  $\delta_{\max}$  – его заданное предельно допустимое значение;  $\mathbf{p}$  – вектор исходных параметров;  $S(\mathbf{p})$  – область изменения исходных параметров;  $f_1$  и  $f_2 = 0,5 - f_1$  – граничные частоты полосы пропускания и задерживания, нормированные относительно частоты дискретизации; символ  $\sim$  означает соответствие квантованию коэффициентов.

Здесь предполагается, что АЧХ нормирована относительно максималь-

ного значения в полосе пропускания. Поэтому введённое выше ослабление  $a_0 = -20\lg\delta$ . Оценка уровня пульсаций выполняется на дискретном наборе частот. Номинальные граничные частоты обозначаются далее как  $f_{1n}$  и  $f_{2n} = 0,5 - f_{1n}$ .

Будем использовать представление коэффициентов, квантованных с шагом  $q = 2^{-M}$ , в каноническом знако-разрядном коде с ограниченным числом ненулевых бит  $m$ . Здесь  $M$  – длина слова дробной части коэффициентов. Ненулевой бит равен +1 или -1. Представление с  $m$  ненулевыми битами эквивалентно нелинейному квантованию коэффициентов. Под таким квантованием будем понимать округление до ближайшего числа, содержащего  $m$  ненулевых бит.

В нашем случае вектор коэффициентов является некоторой неявной вектор-функцией исходных параметров, т.е.  $\alpha = \mathbf{F}(\mathbf{p})$  и каждому значению вектора квантованных коэффициентов соответствует подобласть вне или внутри  $S(\mathbf{p})$  с определёнными значениями  $\Sigma$  и  $\tilde{\delta}$ . Число подобластей в  $S(\mathbf{p})$  ограничено и уменьшается с увеличением  $q$  и уменьшением  $m$ . Подобласти имеют разные размеры и формы. Сформулированная задача заключается в обнаружении подобласти, для которой имеют место условия (3). Это обнаружение автоматически определяет искомый вектор квантованных коэффициентов.

**Алгоритм ВИП.** Возможная процедура поиска решения задачи (3) подобна алгоритму 1 [11] и заключается в следующем. Задаются значения  $M$  и  $m$ . Варьируется параметр  $f_1$  в диапазоне  $f_{1\min} \leq f_1 \leq f_{1\max}$ , включающем номинальное значение  $f_{1n}$ . Шаг изменения  $f_1$  адаптируется так, чтобы перебрать все возможные решения в этом диапазоне для выбора из них допустимых вариантов с  $\tilde{\delta} \leq \delta_{\max}$ . Эта процедура выполняется для каждого значения  $r$  из диапазона  $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$  с заданным шагом. Далее выбираются решения с минимальным числом  $\Sigma$ . Если допустимые решения отсутствуют, то  $M$  или  $m$  увеличиваются на единицу и процедура поиска повторяется.

**Зависимости  $\tilde{a}_0(f_1)$  и  $\tilde{a}_0(k)$ .** Для иллюстрации алгоритма ВИП удобно воспользоваться зависимостью  $\tilde{a}_0(f_1)$  при  $r = \text{const}$ . Из-за квантования коэффициентов  $\tilde{a}_0(f_1)$  имеет кусочно-постоянный характер. В заданном диапазоне изменения  $f_1$  существует

конечное число интервалов постоянства  $\tilde{a}_0$ . Интервалы имеют различную протяжённость. Их можно пронумеровать, присвоив каждому свой номер  $k$ . Проще вместо  $\tilde{a}_0(f_1)$  построить зависимость  $\tilde{a}_0(k)$ . Значения  $\tilde{a}_0, f_1$  и  $k$  определяются алгоритмом ВИП в процессе вариации  $f_1$  с адаптивным шагом. Соседним точкам на дискретной кривой  $\tilde{a}_0(k)$  соответствуют векторы квантованных коэффициентов, отличающиеся значениями лишь одного из коэффициентов на величину одного нелинейного шага квантования. Подобные зависимости, но для линейного шага квантования и применительно к каскадным БИХ-фильтрам, были детально рассмотрены [12]. Кривые  $\tilde{a}_0(k)$  будут представлены далее в примерах синтеза.

### СОЧЕТАНИЕ МЕТОДОВ ВИП И ВК

Сочетание методов ВИП и ВК может улучшить решение. Это было подтверждено на примере синтеза каскадных БИХ-фильтров с минимальной длиной слова коэффициентов [13]. Начальным вектором дискретных коэффициентов в процедуре ВК является вектор, полученный на этапе ВИП. Существуют разнообразные алгоритмы ВК. В данной статье применена простая процедура покоординатного спуска, которая заключается в следующем. Начиная с максимальной по абсолютной величине коэффициента выполняются пробные нелинейные шаги в сторону его увеличения и уменьшения, пока  $\tilde{\delta}$  уменьшается. Затем выбирается следующий максимальный по абсолютной величине коэффициент, и т.д., пока не будут перечислены все коэффициенты. Далее всё повторяется до тех пор, пока уменьшается  $\tilde{\delta}$ . Из всех решений с  $\tilde{\delta} \leq \delta_{\max}$  выбирается решение с минимальным числом сумматоров  $\Sigma$ . Заметим, что ВК может быть применена в процессе ВИП для каждого текущего решения или после завершения этого процесса для одного или нескольких решений. Очевидно, что первый вариант требует большего времени, но, как выяснилось, даёт лучшие результаты. Для примера 2, который рассмотрен ниже, наряду с ВИП используется сочетание ВИП и ВК.

### ПРИМЕРЫ СИНТЕЗА

Ниже рассмотрены два примера синтеза совершенных двухканаль-

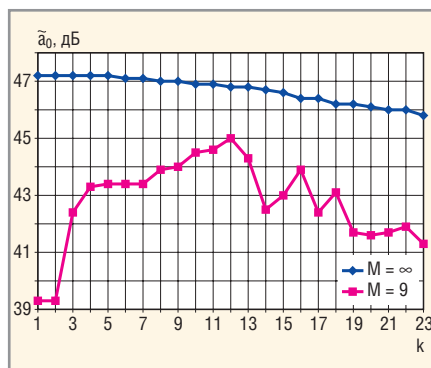


Рис. 2. Фрагменты зависимостей ослабления от номера интервала при  $r = 3$

ных банков решетчатых фильтров [3, 4]. Первый пример показывает, что предложенный алгоритм ВИП приводит к результатам, сравнимым с достигнутыми [4]. При этом требуется много меньше оценок решений с дискретными коэффициентами. Второй пример иллюстрирует, что алгоритм ВИП не даёт решения, полученного в [3]. Однако сочетание ВИП и простой процедуры ВК (покоординатный спуск) исправляет это положение. В каждом из примеров при выполнении факторизации использовалось 512-точечное БПФ.

**Пример 1.** Требования к банку фильтров:  $f_{1n} = 0,18; f_{2n} = 0,32; \tilde{a}_0 \geq 45$  дБ;  $2N - 1 = 21$ .

Расчёты показывают, что при  $P = r = \infty$  ослабление  $a_0 = 47,66$  дБ. Заметим, что для решения с непрерывными коэффициентами  $\alpha_i$  указано  $a_0 = 47,85$  дБ [4]. Для двух значений  $M$  при  $m \leq 3$  в табл. 2 приведены результаты синтеза, полученные с помощью ВИП, алгоритма [4] и метода простого округления (ПО) коэффициентов, когда ни ВИП, ни ВК не используются. Здесь же даны значения параметров  $f_1$  и  $r$ , при которых достигнуты эти результаты. Для  $M = 9$  получено  $\tilde{a}_0 = 45,78$  дБ [4], однако расчёт по коэффициентам [4] даёт значение  $\tilde{a}_0 = 45,19$  дБ, которое приведено в табл. 2 и помечено знаком \*. Параметр  $\Sigma$  показан двумя слагаемыми, первое из которых – число структур-

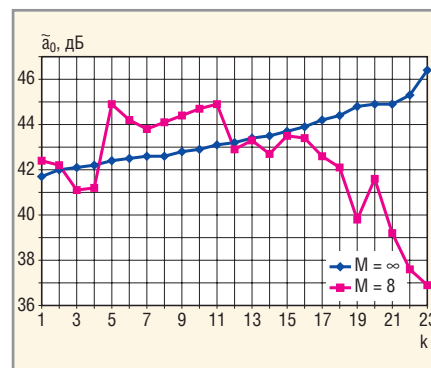


Рис. 3. Фрагменты зависимостей ослабления от номера интервала при  $r = 1,5$

ных сумматоров, а второе – число сумматоров, заменяющих все пары множителей на рис. 1б или 1в.

Как при  $M = 8$ , так и при  $M = 9$  алгоритм ВИП в сравнении с алгоритмом [4] даёт идентичные значения полного числа сумматоров  $\Sigma$  и несколько меньшие ослабления  $\tilde{a}_0$ . Для  $M = 8$  приведено также решение, которое несколько лучше по  $\tilde{a}_0$ , чем найденное [4], но уступает ему по  $\Sigma$  на два сумматора. Алгоритм ВИП требует много меньшего количества оценок решений с дискретными коэффициентами  $K$ . Как видим, при  $M = 8$  и  $M = 9$  метод ПО проигрывает алгоритму [4] и алгоритму ВИП по параметру  $\tilde{a}_0$ , а при  $M = 8$  – и по числу  $\Sigma$ .

В табл. 3 приведены найденные коэффициенты  $\alpha_i$  для решения с  $\tilde{a}_0 = 45,01$  дБ. Здесь даны три варианта представления их значений. Для четвёртого столбца  $q = 2^{-M} = 2^{-9}$ . Число ненулевых бит в коэффициентах  $m \leq 3$ .

На рис. 2, 3 представлены фрагменты зависимостей  $\tilde{a}_0(k)$ , которые наглядно иллюстрируют влияние вариации параметра  $k$  (а в действительности частоты  $f_1$ ) и квантования коэффициентов на ослабление  $\tilde{a}_0$ . На рис. 2 показаны две кривые  $\tilde{a}_0(k)$ , построенные при  $r = 3$  для квантованных ( $M = 9$ ) и непрерывных коэффициентов ( $M = \infty$  и  $\tilde{a}_0 = a_0$ ). Крайним точкам  $k = 1$  и  $k = 23$  соответствуют частоты  $f_1 = 0,180018$  и  $f_1 = 0,18197$ . На кривой с  $M = 9$  при  $k = 12$  ( $f_1 = 0,18053$ )

Таблица 2. Результаты синтеза банка фильтров при  $2N - 1 = 21$

Алгоритм	M	$f_1; r$	$\tilde{a}_0$ , дБ	$\Sigma$	K
[4]	8	–	44,92	$52 = 22 + 15 \times 2$	–
	9	–	45,19*	$56 = 22 + 17 \times 2$	285 531 616
ВИП	8	0,17774; 1,5	44,41	$52 = 22 + 15 \times 2$	921
		0,17796; 1,5	44,94	$54 = 22 + 16 \times 2$	
ПО	9	0,18053; 3	45,01	$56 = 22 + 17 \times 2$	789
	8	0,18; 10	39,83	$56 = 22 + 17 \times 2$	1
	9	0,18; 10	40,55	$56 = 22 + 17 \times 2$	1



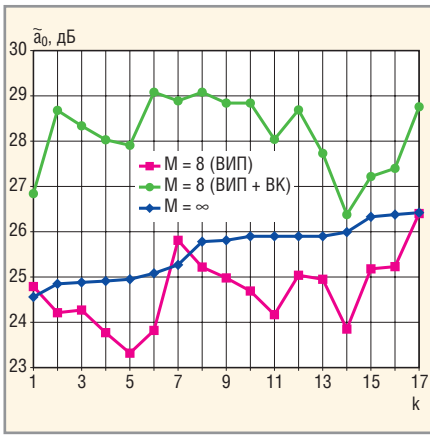


Рис. 4. Фрагменты зависимостей ослабления от номера интервала

имеет место максимальное значение  $\tilde{a}_0 = 45,01$  дБ, которое и приведено в табл. 2. Как видим, разброс  $\tilde{a}_0$  для этой кривой равен  $\sim 6$  дБ.

Две кривые  $\tilde{a}_0(k)$  на рис. 3 построены при  $r = 1,5$  для  $M = 8$  и  $M = \infty$ . Крайним значениям  $k = 1$  и  $k = 23$  соответствуют частоты  $f_1 = 0,177$  и  $f_1 = 0,17989$ . Точки на кривой с  $M = 8$  при  $k = 9$  ( $f_1 = 0,17774$ ) и  $k = 11$  ( $f_1 = 0,17796$ ) дают два решения, приведенные в табл. 2. Разброс  $\tilde{a}_0$  для этой кривой равен  $\sim 8$  дБ. Интересно, что максимальные значения  $\tilde{a}_0$  име-

Таблица 3. Коэффициенты  $\alpha_i$  для решения с  $\tilde{a}_0 = 45,01$  дБ

$\alpha_i$	Варианты представления значений коэффициентов $\alpha_i$		
$\alpha_0$	$-2^2 + 2^{-1} + 2^{-5}$	-3,46875	-1776q
$\alpha_1$	$2^0 + 2^{-3} - 2^{-9}$	1,123046875	575q
$\alpha_2$	$-2^{-1} - 2^{-3} - 2^{-7}$	-0,6328125	-324q
$\alpha_3$	$2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-5}$	0,40625	208q
$\alpha_4$	$-2^{-2} - 2^{-5} + 2^{-7}$	-0,2734375	-140q
$\alpha_5$	$2^{-2} - 2^{-4} - 2^{-8}$	0,18359375	94q
$\alpha_6$	$-2^{-3} + 2^{-7}$	-0,1171875	-60q
$\alpha_7$	$2^{-4} + 2^{-7}$	0,0703125	36q
$\alpha_8$	$-2^{-5} - 2^{-7}$	-0,0390625	-20q
$\alpha_9$	$2^{-6} + 2^{-9}$	0,017578125	9q
$\alpha_{10}$	$-2^{-7} + 2^{-9}$	-0,005859375	-3q

Таблица 4. Результаты синтеза банка фильтров при  $2N - 1 = 31$

Алгоритм	M	$f_1; r$	$\tilde{a}_0$ , дБ	$\Sigma$
ВИП	7	0,217606; 301	27,53	58=32+13 × 2
	8	0,218572; 601	26,85	64=32+16 × 2
	9	0,218537; 501	27,23	
	10	0,218564; 601	27,23	
ВИП + ВК	7	0,216906; 101	28,61	
	8	0,217131; 301	29,08	62=32+15 × 2
	9	0,217100; 301	29,06	64=32+16 × 2
		0,216500; 401	29,01	62=32+15 × 2
	10	0,216500; 101	29,18	64=32+16 × 2
		0,216938; 201	29,13	
		0,218414; 301	29,05	

ют место при  $k$ , для которых кривая с  $M = \infty$  лежит ниже допустимого уровня 45 дБ.

Диапазоны изменения параметров  $f_1$  и  $r$  в предложенном алгоритме для данного примера были следующие:  $0,175 \leq f_1 \leq 0,184$  (при  $M = 8$ ) и  $0,1788 \leq f_1 \leq 0,184$  (при  $M = 9$ ) с адаптивным шагом;  $1 \leq r \leq 10$  с шагом 0,5.

Пример 2. Требования к банку фильтров:  $f_{1n} = 0,22$ ;  $f_{2n} = 0,28$ ;  $\tilde{a}_0 \geq 29$  дБ;  $2N - 1 = 31$ .

Решению при  $P = r = \infty$  соответствует  $a_0 = 30,66$  дБ, которое совпадает со значением для непрерывных коэффициентов  $\alpha_i$  [3]. Для  $M = 7 \dots 10$  и  $m \leq 2$  в табл. 4 показаны результаты синтеза, полученные с помощью алгоритма ВИП и алгоритма, сочетающего ВИП и ВК (ВИП + ВК). Алгоритм ВК включен в процесс ВИП, т.е. выполняется для каждого текущего решения.

Как видим, алгоритм ВИП не позволяет найти допустимое решение, для которого  $\tilde{a}_0 \geq 29$  дБ. В то же время при  $M = 8 \dots 10$  применение алгоритма ВИП + ВК приводит к ряду допустимых решений. Интересно, что результат с  $M = 10$  и  $\tilde{a}_0 = 29,13$  дБ в точности совпадает с полученным в [3], где представлены значения коэффициентов  $\alpha_i$ . Параметры  $f_1$  и  $r$  для алгоритма ВИП + ВК соответствуют решению, найденному с помощью ВИП, которое используется в качестве начального в алгоритме ВК. Максимальное  $\tilde{a}_0 = 29,18$  дБ получено при  $M = 10$ , а наименьшее  $\Sigma = 62$  – при  $M = 8$  и  $M = 9$ . Из табл. 4 следует, что если несколько снизить требование к ослаб-

Таблица 5. Коэффициенты  $\alpha_i$  для решения с  $\tilde{a}_0 = 29,08$  дБ

$\alpha_i$	Варианты представления значений коэффициентов $\alpha_i$		
$\alpha_0$	$-2^2 + 2^0$	-3	-768q
$\alpha_1$	$2^0 - 2^{-7}$	0,9921875	254q
$\alpha_2$	$-2^{-1} - 2^{-4}$	-0,5625	-144q
$\alpha_3$	$2^{-1} - 2^{-3}$	0,375	96q
$\alpha_4$	$-2^{-2} - 2^{-5}$	-0,28125	-72q
$\alpha_5$	$2^{-2} - 2^{-5}$	0,21875	56q
$\alpha_6$	$-2^{-3} - 2^{-5}$	-0,15625	-40q
$\alpha_7$	$2^{-3} + 2^{-7}$	0,1328125	34q
$\alpha_8$	$-2^{-3} + 2^{-6}$	-0,109375	-28q
$\alpha_9$	$2^{-4} + 2^{-6}$	0,078125	20q
$\alpha_{10}$	$-2^{-4} - 2^{-8}$	-0,06640625	-17q
$\alpha_{11}$	$2^{-4} - 2^{-6}$	0,046875	12q
$\alpha_{12}$	$-2^{-5} - 2^{-8}$	-0,03515625	-9q
$\alpha_{13}$	$2^{-5}$	0,03125	8q
$\alpha_{14}$	$-2^{-6} - 2^{-8}$	-0,01953125	-5q
$\alpha_{15}$	$2^{-6} + 2^{-8}$	0,01953125	5q

лению, а именно при  $M = 7$  допустить  $\tilde{a}_0 = 28,61$  дБ, а не 29 дБ, то количество сумматоров можно уменьшить до  $\Sigma = 54$ .

В табл. 5 приведены коэффициенты  $\alpha_i$  для решения с  $\tilde{a}_0 = 29,08$  дБ (см. табл. 4). В четвертом столбце параметр  $q = 2^{-9}$ . Видно, что число ненулевых бит в коэффициентах  $m \leq 2$ . Интересно, что найденные коэффициенты отличаются от начальных, т.е. используемых перед алгоритмом ВК, только значениями  $\alpha_1$  и  $\alpha_{13}$ . Для  $\alpha_1$  отличие составляет  $-16q$  или  $-3$  нелинейных шага квантования, а для  $\alpha_{13}$  – минус  $q$ .

Решению из табл. 4 с максимальным  $\tilde{a}_0 = 29,18$  дБ соответствуют коэффициенты, которые совпадают с приведенными в табл. 5, за исключением  $\alpha_1$  и  $\alpha_{13}$ . При этом  $\alpha_1 = 2^0 - 2^{-8} = 0,99609375 = 1020q$  и  $\alpha_{13} = 2^{-5} - 2^{-10} = 0,0302734375 = 31q$ . Здесь  $q = 2^{-10}$ .

На рис. 4 для  $M = 8$  и  $r = 301$  показаны фрагменты зависимостей ослабления  $\tilde{a}_0(k)$ , иллюстрирующие как добавление ВК в процесс ВИП улучшает  $\tilde{a}_0$ . Там же показана кривая для  $r = 301$  и непрерывных коэффициентов, когда  $M = \infty$  и  $\tilde{a}_0 = a_0$ . Заметим, что она лежит ниже допустимого уровня 29 дБ. Крайним значениям  $k = 1$  и  $k = 17$  соответствуют частоты  $f_1 = 0,216$  и  $f_1 = 0,217629$ . При  $k = 6$  ( $f_1 = 0,216511$ ) и  $k = 8$  ( $f_1 = 0,217131$ ) для точек на кривой ВИП + ВК значения  $\tilde{a}_0 = 29,08$  дБ, которое приведено в табл. 4.

Диапазоны изменения параметров  $f_1$  и  $r$  в предложенных алгоритмах для данного примера были следующие:  $0,216 \leq f_1 \leq 0,226$  с адаптивным шагом;  $1 \leq r \leq 701$  с шагом 100.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Известные алгоритмы синтеза совершенных двухканальных банков решетчатых фильтров без умножителей, основанные на методе вариации коэффициентов, требуют больших вычислительных затрат. В данной работе рассмотрены два альтернативных алгоритма, основанных на методе вариации исходных параметров.

В первом алгоритме варьируются всего два параметра, тем не менее, для одного из двух примеров синтеза он приводит к результатам, сопоставимым с полученными методом неполного перебора, и требует много меньшего числа (789 вместо 285 531 616) оценок решений с дис-

кратными коэффициентами. Для другого примера этот алгоритм не даёт результатов, достигнутых с помощью поиска по дереву, сочетающего поочерёдное нелинейное квантование коэффициентов и реоптимизацию остальных непрерывных коэффициентов.

Первый алгоритм был объединён с алгоритмом вариации коэффициентов, а именно с процедурой покоординатного спуска. Полученный таким образом второй алгоритм позволяет не только найти известное решение, но и несколько улучшить его. Покоординатному спуску свойственны малая скорость сходимости и застревание на локальных оптимумах. Применение более совершенной процедуры вариации коэффициентов может ускорить работу второго алгоритма. Возможно, что не потребуется интегрировать процедуру в первый алгоритм, а будет достаточно использовать её после завершения этого алгоритма, что также ускорит процесс поиска решения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Vaidyanathan P.P.* Цифровые фильтры, блоки и полифазные цепи с многочастотной дискретизацией: методический обзор. ТИИЭР. 1990. Т. 78. № 3. С. 77–120.
2. *Smit M.J.T., Barnwell T.P.* Exact reconstruction techniques for tree-structured sub-band coders. IEEE Trans. on ASSP. 1986. V. 34. June. P. 434–441.
3. *Lim Y.C., Yu Y.J.* A width-recursive depth-first tree search approach for the design of discrete coefficient perfect reconstruction lattice filter bank. IEEE Trans. on CAS: II. 2003. V. 50. June. P. 257–266.
4. *Yli-Kaakinen J., Saramaki T., Bregovic R.* An algorithm for the design of multiplier-less two-channel perfect reconstruction orthogonal lattice filter banks. ISCCSP. 2004. Mar. P. 415–418.
5. *Мингазин А.Т.* Синтез цифровых фильтров для высокоскоростных систем на кристалле. Цифровая обработка сигналов. 2004. № 2. С. 14–23.
6. *MacClellan J.H., Parks T.W., Rabiner L.R.* A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters. IEEE Trans. on CAS. 1973. V. 20. Dec. P. 506–526.
7. *Mian G.A., Nainer A.P.* A fast procedure to design equiripple minimum-phase FIR filters. IEEE Trans. on CAS. 1982. V. 29. May. P. 327–331.
8. *Vaidyanathan P.P., Nguen T.Q.* A «TRICK» for the design of FIR half-band filters. IEEE Trans. on CAS. 1987. V. 34. Mar. P. 297–300.
9. *Herrmann O., Schuessler H.W.* Design of nonrecursive digital filters with minimum-phase. Electron. Lett. 1970. V. 6. May. P. 329–330.
10. *Pei S.-C., Lin H.-S.* Minimum-phase FIR filter design using real cepstrum. IEEE Trans. on CAS: II. 2006. V. 53. Oct. P. 1113–1117.
11. *Мингазин А.* Синтез цифровых полуполосных КИХ-фильтров без умножителей. Современная электроника. 2006. № 3. С. 44–46.
12. *Мингазин А.Т.* Анализ влияния квантования коэффициентов на характеристики цифровых фильтров. Радиотехника. 1987. № 6. С. 35–37.
13. *Мингазин А.Т.* Синтез передаточных функций цифровых фильтров в области дискретных значений коэффициентов (обзор). Электронная техника. 1993. Сер. 10. №1, 2. С. 3–40.

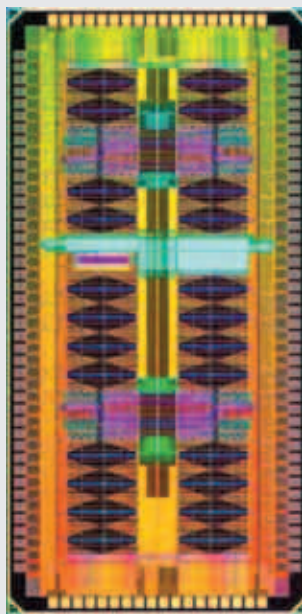


## Новости мира News of the World Новости мира

### eDRAM ускорит процессоры в два раза

Об одном фундаментальном нововведении, которое позволит удерживать темпы прогресса процессорной индустрии в ближайшие годы, компании Intel и IBM совместно с AMD, Toshiba и Sony поведали общественности почти одновременно. Ещё одним перспективным путём повышения производительности процессоров компания IBM считает наращивание ёмкости кэш-памяти и улучшение её скоростных показателей.

Как известно, 45-нм процессоры IBM появятся в следующем году (вероятнее всего, во второй половине года). При внедрении 45-нм производственного процесса компания планирует применить кэш-память типа eDRAM, в отличие от широко распространённой на данный момент SRAM-памяти. Вследствие постоянного уменьшения площади микросхем увеличиваются токи утечки; для решения этой проблемы инженеры IBM предложили использовать память eDRAM (embedded DRAM), произведённую по 65-нм нормам. Причём eDRAM будет применяться совместно с технологией «кремний на изоляторе» (SOI, Silicon-on-Insulator). Как сообщается, сопряжение этих двух решений является технически сложной задачей, но, судя по



всему, инженеры IBM нашли свой подход к решению этой проблемы.

Новая разработка позволит увеличить быстродействие кэш-памяти, при этом в три раза увеличивается её плотность и в пять раз уменьшается потребляемая мощность в режиме бездействия процессора. Представители IBM утверждают, что производительность процессоров с eDRAM повысится примерно в два раза по сравнению с существующими решениями. Главный инже-

нер и управляющий развитием 45-нм производства в IBM Субу Айер (Subulyer) поделился информацией о том, что компания может оснастить процессоры следующего поколения кэш-памятью ёмкостью 24 и, возможно, даже 48 Мб.

Как известно, одним из главных партнёров IBM является компания AMD. Естественно, возникает вопрос, будет ли использовать AMD новую технологию IBM в своих продуктах. К сожалению, AMD пока отказывается комментировать что-либо. Напомним, что в данный момент AMD активно продвигает технологию Z-RAM, которая разрабатывается совместно с компанией Innovative Silicon. В это время Intel также не дремлет – она делает ставку на технологию floating-body cell (FBC). Гонка технологий продолжается.

Основные характеристики eDRAM:

- Площадь ячейки: 0,126 мм<sup>2</sup>;
- Напряжение питания: 1 В;
- Мощность переменного тока: 76 мВт;
- Потребляемая мощность в бездействующем режиме: 42 мВт;
- Среднее время, необходимое для считывания данных (NS-рейтинг): 2 нс;
- Латентность: 1,5 нс.

ibm.com