

# Новый способ оценки доплеровской разности фазы

Владимир Бартнев (Москва)

В статье описан новый способ формирования оценки доплеровской разности фазы коррелированной помехи, который представляет собой попытку улучшения геометрического способа без существенных аппаратных затрат. Представлены результаты расчёта нескольких способов формирования оценки, выполненные в программе MATLAB.

Как известно, наряду с адаптивными компенсаторами коррелированных помех с корреляционными обратными связями в последнее время начинают широко использоваться адаптивные компенсаторы с непосредственным вводом оценок корреляционных свойств помех [1]. В простейшем случае используется оценка комплексного коэффициента корреляции или только его аргумента (доплеровской разности фазы помехи). Исследованию эффективности подобных систем посвящена работа [2], однако в ней рассмотрен оптимальный способ оценки доплеровской разности фазы, основанный на методе максимального правдоподобия. Алгоритм работы устройства оценки описывается в этом случае следующим выражением:

$$\hat{\gamma} = \arctg(\hat{s}/\hat{r}),$$

где

$$\hat{r} = \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(Z_{1i} Z_{2i}^*),$$

$$\hat{s} = \sum_{i=1}^N \operatorname{Im}(Z_{1i} Z_{2i}^*). \quad (1)$$

В выражении (1)  $\hat{\gamma}$  является оценкой доплеровской разности фазы помехи,  $Z_{1i} = x_{1i} + jy_{1i}$ ,  $Z_{2i} = x_{2i} + jy_{2i}$  – комплексным представлением сигналов помехи, принятым в первом и втором периодах РЛС в  $N$  элементах разрешения по дальности. Для реализации данного алгоритма в реальном масштабе времени требуется быстродействующий комплексный множитель.

Наряду с рассмотренным выше способом оценки максимального правдоподобия известен и другой, существенно более простой способ, основанный на геометрических представлениях; его алгоритм выглядит так:

$$\hat{\gamma} = \arctg(\hat{s}/\hat{r}),$$

где

$$\hat{r} = \sum_{i=1}^N \cos \Delta \phi_i, \quad \hat{s} = \sum_{i=1}^N \sin \Delta \phi_i$$

$$\Delta \phi_i = \arctg(y_{1i}/x_{1i}) - \arctg(y_{2i}/x_{2i}). \quad (2)$$

Простота данного алгоритма заключается в том, что для его реализации требуются только табличные функции.

Эффективность алгоритма максимального правдоподобия (1) достаточно хорошо исследована. В частности, получено [2] аналитическое выражение для дисперсии оценки доплеровской разности фаз этим методом, используя которое, рассчитана эффективность алгоритма для разных коэффициентов корреляции помехи и разного числа усредняемых элементов:

$$\sigma^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4 \frac{(1-R^2)^N}{\Gamma(N)} \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-R)^k \Gamma(k/2+1) \Gamma(N+k/2)}{\Gamma(k+1)} \times \sum_{n=0}^{[(k-1)/2]} C_n^k / (k-2n)^2,$$

где  $R$  – межпериодный коэффициент корреляции помехи,  $N$  – объём выборки.

Что касается алгоритма (2), то считается, что он неэффективен, а потому мало изучен и требует количественной оценки. Однако улучшить эффективность алгоритма (2) можно, если суммирование синусов и косинусов в (2) производить с весом, равным среднему модулю сигнала в соответствующей выборке по дальности для двух периодов повторения. Такое дополнительное взвешивание уменьшает флуктуации оценки доплеровской фазы:

$$\hat{\gamma} = \arctg(\hat{s}/\hat{r}),$$

где

$$\hat{r} = \sum_{i=1}^N A_i \cos \Delta \phi_i, \quad \hat{s} = \sum_{i=1}^N A_i \sin \Delta \phi_i$$

$$\Delta \phi_i = \arctg(y_{1i}/x_{1i}) - \arctg(y_{2i}/x_{2i}),$$

$$A_i = (|x_{1d}| + |y_{1d}| + |x_{2d}| + |y_{2d}|) / 4. \quad (3)$$

Поскольку получить аналитическое выражение для дисперсии оценки алгоритма (2) и (3) затруднительно, анализ эффективности целесообразно вы-

полнить методом статистического моделирования, используя программу MATLAB.

```

Программа статистического моделирования в MATLAB
%Формирование коррелированных выборок
%Расчет дисперсии оценок аргумента
%межпериодного коэффициента
%корреляции
% Закрываем все открытые окна вывода
close all
% Очищаем рабочую область (WORKSPACE)
clear
l=16;%число независимых усредняемых
отсчетов
M=9;%число задаваемых коэффициентов
корреляции
n=5000;%число испытаний
for m=1:M%цикл по коэффициентам
корреляции
r(m) = .9+.01*m;
a=sqrt(1-r(m)^2);
p1(m)=0;
p2(m)=0;
p3(m)=0;
for i=1:n
d=0;X=0;Y=0; XA=0;YA=0;
c=0;z1=0;z2=0;
for k=1:l
x1=randn(1,1);
y1=randn(1,1);
x2=x1*r(m)+a*randn(1,1);
y2=y1*r(m)+a*randn(1,1);
A=(abs(x1)+abs(x2)+abs(y1)+abs(y2))/4;
dfi=atan(y2/x2)-atan(y1/x1);
X=X+cos(dfi);
Y=Y+sin(dfi);
XA=XA+A*cos(dfi);
YA=YA+A*sin(dfi);
z1=z1+x1^2+y1^2;
z2=z2+x2^2+y2^2;
d=d+x1*x2+y1*y2;
c=c+x2*y1-x1*y2;
end;
z=sqrt(z1)*sqrt(z2);
g=c/z;
f=d/z;
p1(m)=p1(m)+(atan(YA/XA))^2;
p2(m)=p2(m)+(atan(Y/X))^2;
p3(m)=p3(m)+(atan(g/f))^2;
end;
figure(1)
hold on;
title('estimate estimate F-real F')
plot(r(m),sqrt(p1(m)/n),'x');
plot(r(m),sqrt(p2(m)/n),'*');
    
```



Рис. 1. Среднеквадратическая ошибка оценки доплеровской разности фазы для метода максимального правдоподобия (1), геометрического метода (2) и предложенного метода (3) для числа выборок  $N=4$

```
plot(r(m), sqrt(p3(m)/n), '+');
m=m+1;
end;
% метка оси абсцисс
xlabel('r')
% вывод сетки
grid
```

Для проверки работы программы сравнивались результаты моделирования и аналитические расчёты, представленные [2] для оценки методом максимального правдоподобия. Срав-



Рис. 2. Среднеквадратическая ошибка оценки доплеровской разности фазы для метода максимального правдоподобия (1), геометрического метода (2) и предложенного метода (3) для числа выборок  $N=8$

нение показало полное совпадение моделирования и аналитических результатов.

Полученные значения среднеквадратического отклонения оценки доплеровской разности фазы для трёх способов её формирования представлены на рисунках 1, 2 и 3 соответственно для  $N=4, 8, 16$ .

Таким образом, более простой в практической реализации алгоритм, основанный на геометрических представлениях, заметно уступает в эффективности алгоритму максимального



Рис. 3. Среднеквадратическая ошибка оценки доплеровской разности фазы для метода максимального правдоподобия (1), геометрического метода (2) и предложенного метода (3) для числа выборок  $N=16$

правдоподобия. Однако его модификация приближает его эффективность к оптимальной без существенных аппаратных затрат.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бакулев П.А., Степин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей. Радио и связь, 1986.
2. Бартнев В.Г. О выборе числа градаций весовых коэффициентов адаптивного цифрового фильтра. Современная электроника. 2007. № 3.

