

Адаптивные фильтры и их приложения в радиотехнике и связи

(часть 3)

Виктор Джиган (Москва)

Настоящая статья является введением в теорию и практику адаптивной фильтрации. В ней рассмотрены основные понятия и термины, используемые в адаптивной обработке сигналов, структуры адаптивных фильтров, целевые функции, лежащие в основе функционирования адаптивных фильтров, а также ряд наиболее известных приложений адаптивных фильтров, таких как подавление эхо-сигналов, выравнивание электрических характеристик каналов связи, адаптивные антенные решётки, шумочистка и линейное предсказание.

ОБРАТНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕИЗВЕСТНОЙ СИСТЕМЫ И ВЫРАВНИВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КАНАЛОВ СВЯЗИ

Другим примером использования адаптивных фильтров является задача обратной идентификации объекта. Решение этой задачи широко используется для выравнивания характеристик электрических каналов связи (см. рис. 19) с помощью адаптивных эквалайзеров [28, 29].

Необходимость использования эквалайзеров возникает из-за того, что при передаче цифровых данных по каналам связи с ограниченной полосой пропускания возникает явление, называемое межсимвольной интерференцией. Межсимвольная интерференция, наряду с шумом $z(k)$ (см. рис. 19), сказывается на правильности принятия решения о соответствии принятого ин-

формационного символа $\tilde{x}(k)$ символу $x(k)$, переданному по каналу связи.

Если бы канал связи представлял собой простую линию задержки на время t_0 , то принимаемые информационные символы оценивались бы легко. Однако большинство каналов связи с математической точки зрения представляют собой КИХ-фильтр с импульсным откликом w (см. рис. 20а). Согласно рисунку 20а, в каждый отсчёт времени k , совпадающий с моментом смены информационных символов с периодом T , на выходе канала образуется взвешенная сумма передаваемых подряд символов:

$$\tilde{x}(t_0 + kT) = w(t_0)x(t_0 + kT) + \sum_{n \neq k} w(t_0 + kT - nT)x(t_0 - nT).$$

В этой сумме только один символ несет текущую информацию, а осталь-

ные являются шумом – межсимвольной интерференцией, которая не позволяет правильно различать символы на приёмной стороне. Чтобы повысить вероятность правильного решения относительно принимаемых символов, используются эквалайзеры, которые уменьшают межсимвольную интерференцию.

Эквалайзер функционирует таким образом, что его АЧХ становится близкой к обратной АЧХ канала связи. Другими словами, совместная АЧХ канала связи и эквалайзера становится близкой к равномерной. Это означает, что свёртка импульсных откликов канала связи w и эквалайзера h в моменты времени kT близка к дельта-функции (см. рис. 20б). В этом случае выходной сигнал эквалайзера определяется как $y(t_0 + kT) = \delta(t_0 + kT) + 0$, т.е. может быть оценен правильно.

Если сравнить рис. 4 и 19, то можно заметить, что в последнем случае также решается задача идентификации линейной системы, определяющей задержку приёма передаваемого сигнала. Известно, что импульсная характеристика линии задержки равна дельта-функции (т.е. одному ненулевому ВК), а АЧХ, как следствие, является равномерной. Идентификация импульсной характеристики линии задержки осуществляется с помощью каскадного соединения КИХ-фильтра с фиксированными ВК (канала связи) и КИХ-фильтра с изменяемыми ВК (адаптивного фильтра). Это означает, что свёртка фиксированного импульсного отклика канала связи с импульсным откликом адаптивного фильтра в процессе адаптации приближается к дельта-функции, а АЧХ становится равномерной. Поэтому АЧХ адаптивного фильтра приближается к обратной АЧХ канала связи.

На практике требуемый сигнал формируется на приёмной стороне в течение времени выполнения протокола установления модемом связи, когда такая же последовательность передаётся модемом источника информации на другом конце канала связи. После наст-

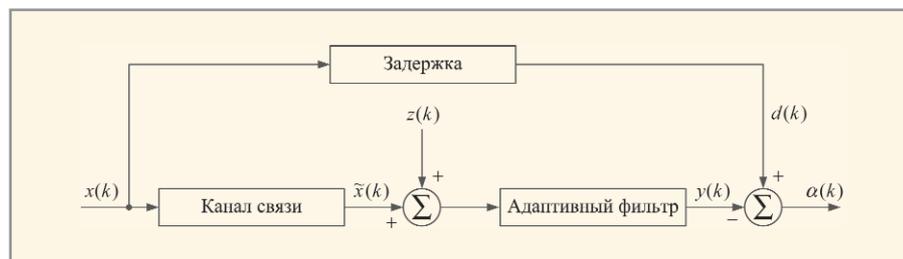


Рис. 19. Выравнивание электрического канала связи

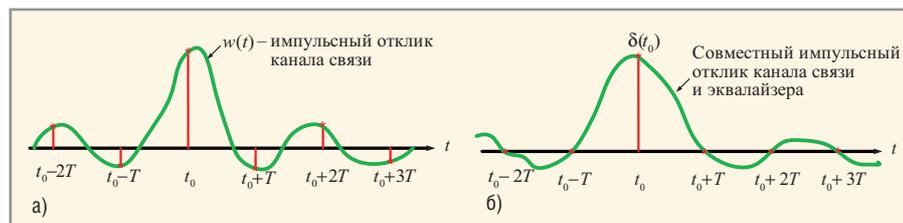


Рис. 20. Выравнивание электрического канала связи

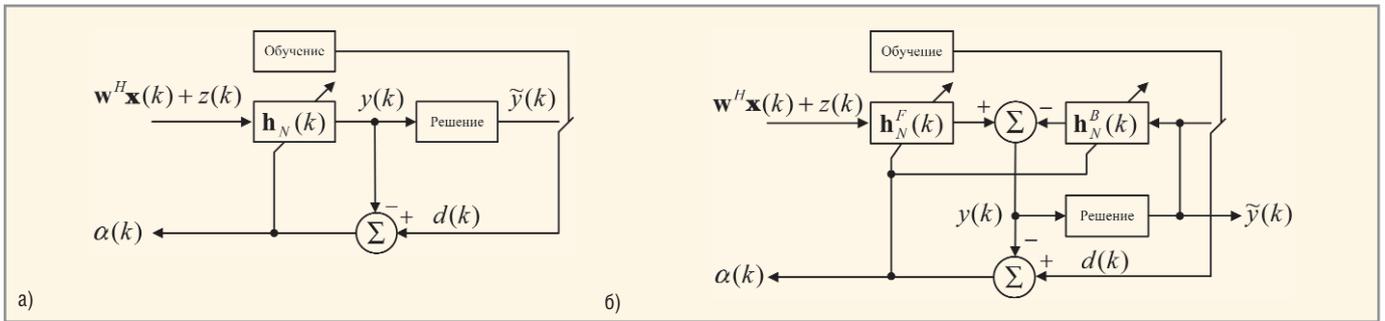


Рис. 21. Адаптивные эквалайзеры

(а) без обратной связи, (б) с обратной связью

ройки адаптивного фильтра эквалайзера, т.е. когда предполагается, что канал связи уже выровнен и вместо известной тренировочной последовательности уже передаются собственно неизвестные данные, в качестве сигнала $d(k)$ используется сигнал $\tilde{y}(k)$, т.е. выходной сигнал адаптивного фильтра $y(k)$, «квантованный» по критерию минимума расстояния до элементов созвездия алфавита передаваемых данных.

Существует два типа эквалайзеров (см. рис. 21): без обратной связи и с обратной связью [28, 29]. Эквалайзеры с обратной связью обеспечивают более качественное выравнивание характеристик канала связи, т.к. выходной сигнал такого эквалайзера после обучения частично формируется из ранее принятых «правильных» символов. Адаптивный фильтр эквалайзера с обратной связью можно рассматривать как двухканальный адаптивный фильтр.

Результаты моделирования, подтверждающие это, представлены на рисунках 22 – 24. Из рисунков 22 и 23 следует, что эквалайзер без обратной связи выравнивает характеристики канала связи несколько хуже, чем эквалайзер с обратной связью. Это проявляется в том, что свёртка импульсных откликов канала связи и эквалайзера без обратной связи (см. рис. 23) в меньшей степени напоминает дельта-функцию, чем в случае эквалайзера с обратной связью (см. рис. 22), и, как следствие, провал в АЧХ канала связи (–60 дБ в рассматриваемом примере) выравнивается по-разному. Поэтому передаваемые информационные символы (в данном случае с квадратурной фазовой модуляцией Phase Shift Keying, PSK-8) после выравнивания канала различаются (рис. 24).

На рисунке 24 показано выравнивание канала связи в терминах созвездий наблюдаемых информационных символов. Здесь символы «Данные» – это созвездие символов источника информации, т.е. данных, передаваемых

по каналу связи. Символы «Канал» – созвездие на выходе канала связи. Видно, что без принятия каких-то дополнительных мер эти данные невозможно различить. Такой «дополнительной мерой» является выравнивание канала связи. На рисунке 24 (см. созвездие, обозначенное как «Эквалайзер») наблюдается очевидное превосходство эквалайзера с обратной связью перед эквалайзером без обратной связи.

Если сравнить поведение рассмотренных эквалайзеров с эквалайзерами на базе NLMS-алгоритма, то в обоих случаях результаты будут худшими. Эквалайзер на базе этого алгоритма требует в десятки раз превышающую по длительности тренировочную последовательность для обеспечения сходимости более медленного алгоритма, а

также некоторого искусства при выборе оптимального значения параметра $\hat{\mu}$. Это также свидетельствует о превосходстве адаптивных фильтров на базе сложных алгоритмов над фильтрами на базе простых алгоритмов.

Следует также отметить, что для выравнивания каналов связи могут применяться и т.н. «слепые эквалайзеры», т.е. не требующие тренировочных последовательностей. Один из возможных способов построения таких устройств базируется на использовании СМ-критерия [34] в случае, если передаваемые информационные символы удовлетворяют этому критерию. Адаптивные алгоритмы на основе СМ-критерия применяются для обработки PSK-сигналов (см. рис. 25), а также других сигналов, характеризующихся постоянным

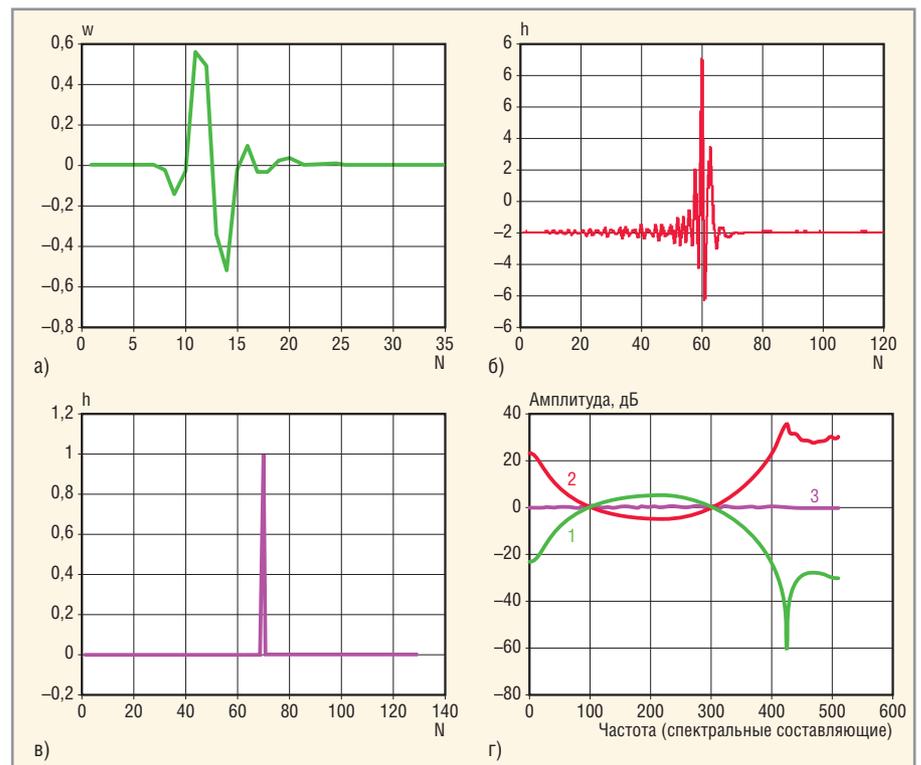


Рис. 22. Выравнивание канала: RLS-алгоритм, эквалайзер с обратной связью

(а) импульсный отклик канала связи, (б) импульсный отклик эквалайзера, (в) свёртка импульсных откликов канала связи и эквалайзера, (г) АЧХ: 1 – канала связи, 2 – эквалайзера, 3 – канала связи и эквалайзера

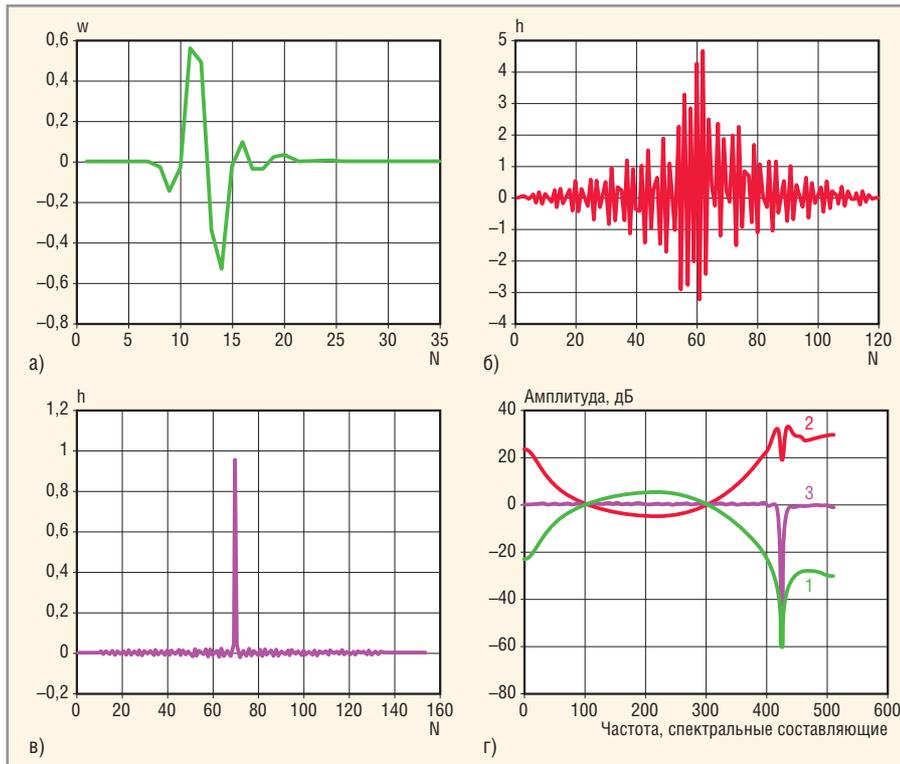


Рис. 23. Выравнивание канала: RLS-алгоритм, эквалайзер без обратной связи
 (а) импульсный отклик канала связи, (б) импульсный отклик эквалайзера, (в) свёртка импульсных откликов канала связи и эквалайзера, (г) АЧХ: 1 – канала связи, 2 – эквалайзера, 3 – канала связи и эквалайзера

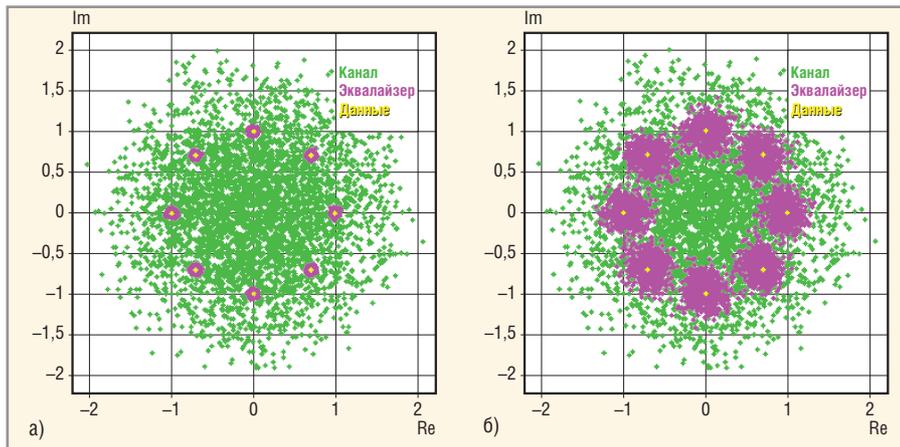


Рис. 24. Выравнивание канала: RLS-алгоритм
 (а) эквалайзер с обратной связью, (б) эквалайзер без обратной связи

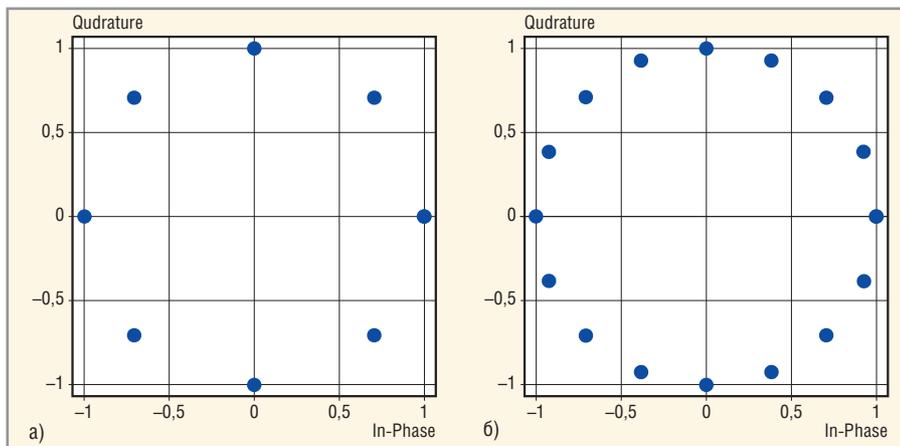


Рис. 25. Созвездия информационных символов
 (а) PSK-8, (б) PSK-16

значением модуля информационных символов.

Каждый CM-символ a_i , представляющий собой комплексное число $\text{Re}(a_i) + j\text{Im}(a_i)$, обладает свойством $|a_i| = \sqrt{a_i^* a_i} = s = \text{const}, i = 1..I, I$ – число символов алфавита (используется в обозначении PSK-I). Значение модуля информационных символов s на приёмной стороне является известным. В общем случае CM-критерий для адаптивного фильтра формулируется как

$$J(p, q) = E \left[|s^p - |y(k)|^q|^2 \right] \rightarrow \min, \quad (10)$$

а соответствующие адаптивные алгоритмы обозначаются как CM (p, q) .

Целевая функция (10) является многоэкстремальной, поэтому использование простых градиентных алгоритмов в качестве алгоритмов её минимизации часто приводит к локальным решениям. Алгоритмы по критерию наименьших квадратов, например, RLS-алгоритмы, также напрямую не могут быть использованы в этом случае. В то же время, согласно [43], при $q = 2$ целевая функция в уравнении (10) может быть сведена к квадратичной функции, что позволяет для её минимизации использовать незначительно модифицированные алгоритмы минимизации квадратичных целевых функций.

АДАПТИВНЫЕ АНТЕННЫЕ РЕШЁТКИ

Ещё одним широко используемым приложением адаптивных фильтров являются ААР [1 – 3, 11] (см. рис. 26), которые представляет собой многоканальный адаптивный фильтр (см. рис. 3) с одним ВК в канале.

Подобно обычным адаптивным фильтрам, в общем случае в алгоритмах вычисления ВК для ААР требуются входные сигналы $x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k), \dots, x_M(k)$, выходной $y(k)$ и требуемый $d(k)$ сигналы. В то же время в ААР могут быть также использованы алгоритмы, не требующие сигнала $d(k)$, если полезным принимаемым сигналом является CM-сигнал или если известно направление приёма полезного сигнала. Тогда это направление может быть использовано в качестве характеристики полезного сигнала путём «введения в алгоритм» линейного ограничения, обеспечивающего необходимый уровень полезного сигнала на выходе ААР.

Для обеспечения цифровой обработки входные сигналы ААР требуется усилить и понизить до нулевой несущей

частоты, т.е. до информационной полосы частот. Обработка таких сигналов, в частности, формирование выходного сигнала ААР (умножение входных сигналов на ВК и сложение результатов умножения), эквивалентна формированию выходного сигнала на несущей частоте путём традиционного аналогового умножения и сложения [4].

Антенная решётка характеризуется диаграммой направленности (ДН), т.е. амплитудно-угловой характеристикой $F(\theta)$, которая, подобно АЧХ обычного фильтра, с помощью ВК может изменять свою форму, обеспечивая требуемые значения усиления в направлениях на источники принимаемых сигналов, например, единичное или равное M усиление в направлении на источник полезного сигнала и нулевое или «очень малое» усиление в направлениях на источники помех. ААР с комплексными ВК характеризуется наличием M степеней свободы, что означает её способность принимать, например, один полезный сигнал и полностью подавлять $M - 1$ сигналов источников пространственно-разнесённых помех.

На рисунке 27 приведены примеры моделирования подавления помех с по-

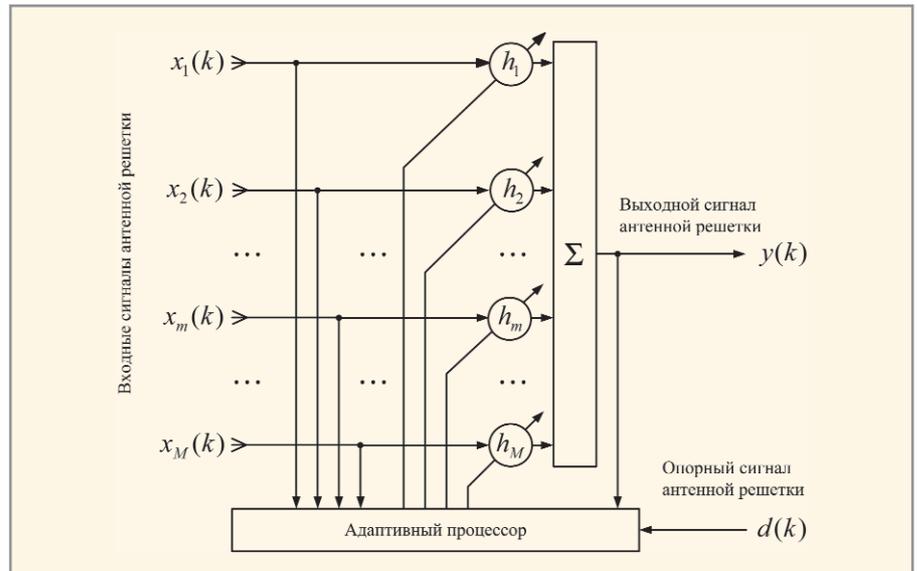


Рис. 26. Адаптивная антенная решётка

мощью восьмиэлементной эквидистантной линейной ААР ($N=8$). Направления на источники принимаемых сигналов обозначены вертикальными розовыми стрелками в верхней части рисунка 27а. Источник полезного сигнала располагался в направлении максимума основного лепестка ДН, а источники помех – в симметричных направлениях максимумов двух первых боковых лепестков

(см. зелёную кривую). Уровни этих лепестков примерно равны -13 дБ. Поэтому, если любая из помех превышает на 13 дБ уровень полезного сигнала, то её вклад в выходной сигнал ААР будет соизмеримым с полезным сигналом.

Из рисунка 27а следует, что ААР в результате адаптации так меняет свои ВК, что в направлении полезного сигнала сохраняется заданный уровень основ-

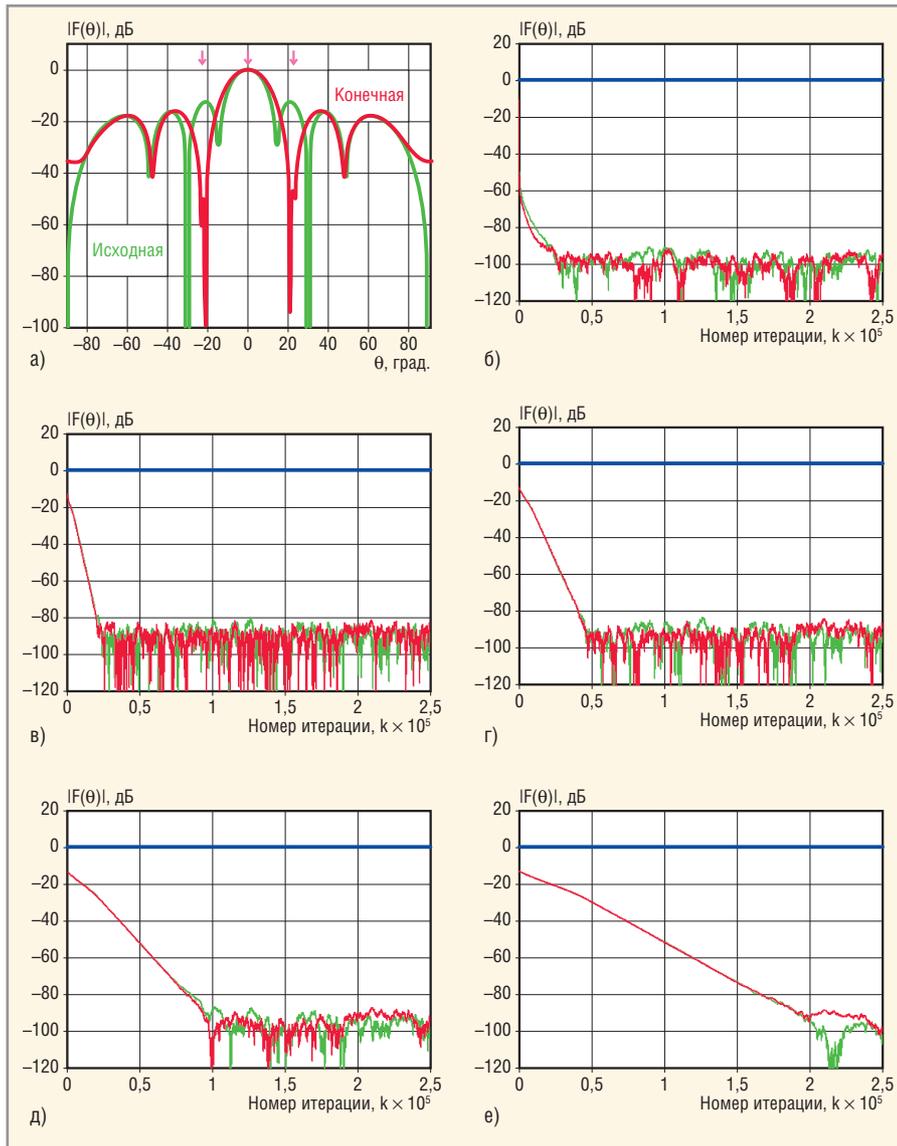


Рис. 27. Адаптивная антенная решётка
 (а) ДН; (б) RLS-алгоритм; (в) NLMS-алгоритм, $\hat{\mu} = 0,0008$; (г) NLMS-алгоритм, $\hat{\mu} = 0,0004$;
 (д) NLMS-алгоритм, $\hat{\mu} = 0,0002$; (е) NLMS-алгоритм, $\hat{\mu} = 0,0001$

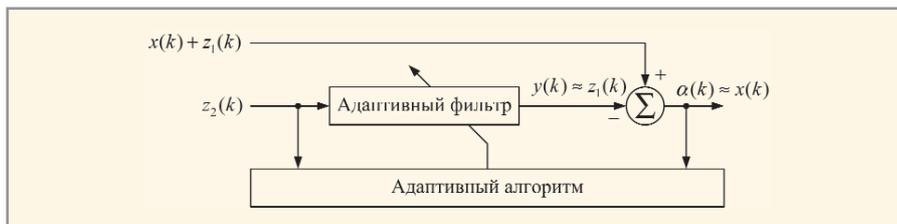


Рис. 28. Адаптивная шумоочистка сигналов (идея)

ного лепестка ДН, равный 0 дБ, а в направлениях на источники помех в ДН образуются глубокие провалы (красная кривая). Это означает, что принимаемые с этих направлений сигналы помех будут значительно ослаблены. В рассматриваемом случае дополнительное ослабление помех за счёт адаптивной фильтрации составляет примерно $-13 - (-100) = 87$ дБ. При этом изменения ДН во всех других направлениях не имеют принципиального значения, поскольку в процессе

приёма источника каких-либо сигналов в этих направлениях отсутствуют. На остальных графиках (см. рис. 27) показано, как изменяется ДН в процессе адаптации в направлениях на источники принимаемых сигналов, т.е. эти рисунки представляют собой переходной процесс ААР в терминах значений её ДН. На рисунках 27б – 27ж видно, что заданный уровень ДН (0 дБ) в направлении на источник полезного сигнала выдерживается на всех итерациях алгоритма (прямая синяя линия в

верхней части графиков), а длительность переходного процесса (в итерациях алгоритма) и достижимый уровень ДН в установившемся режиме в направлениях на источники помех (тёмно-зелёная и красная кривые) меняется в зависимости от используемого алгоритма и его параметров. При $\hat{\mu} = 0,0001$ NLMS-алгоритм в установившемся режиме обеспечивает примерно такие же уровни ДН в направлениях на источники помех, как и RLS-алгоритм, но при этом длительность переходного процесса NLMS-алгоритма примерно в 10 раз превышает длительность переходного процесса RLS-алгоритма. При увеличении параметра длительность переходного процесса в NLMS-алгоритме уменьшается. Однако также уменьшается и достигаемая глубина провалов ДН в направлениях на источники помех. Данные результаты также свидетельствуют о функциональном превосходстве сложных адаптивных алгоритмов над простыми алгоритмами.

АДАПТИВНАЯ ШУМООЧИСТКА

Широко используемым применением адаптивных фильтров также является шумоочистка. В задаче шумоочистки (см. рис. 28) в качестве сигнала $d(k)$ используется зашумленный полезный сигнал $x(k) + z_1(k)$, а в качестве входного сигнала – сигнал $z_2(k)$, коррелированный с сигналом $z_1(k)$ и не коррелированный с $x(k)$. Адаптивный фильтр из сигнала $z_2(k)$ выделяет $z_1(k)$, т.е. $y(k) \approx z_1(k)$, поэтому сигнал ошибки $\alpha(k) = d(k) - y(k) \approx x(k)$.

Примером использования фильтра, показанного на рис. 28, является двухмикрофонная система шумоочистки (см. рис. 29) [10], когда микрофон, формирующий сигнал $d(k)$, располагается рядом с говорящим (А), а микрофон, формирующий сигнал $z_2(k)$ (D), – рядом с источником шума, который нельзя физически устранить, например, рядом с работающим вентилятором (С) или двигателем автомобиля, самолёта или вертолёта. В этом случае адаптивный фильтр (E) моделирует акустическую среду распространения шума $z_2(k)$ в направлении к источнику полезного сигнала (см. рис. 30).

Результаты моделирования шумоочистки (см. рис. 30) на базе адаптивного фильтра, использующего RLS-алгоритм, при $N_{\mathbf{h}} = 100$ и $N_{\mathbf{w}} = 100$ приведены на рисунке 31. Рассматривалась очистка сигнала речи (см. рис. 31а), за-

шумленного шумом двигателя вертолета (см. рис. 31б).

В результате шумоочистки, в точке приёма сигнал будет очищенным от шума. Из сравнения рисунков 31а и 31в видно, что результат очистки зашумленной речи (рис. 31г) является достаточно хорошим, о чём свидетельствует также рис. 31д. Этот результат является следствием достаточно хорошей идентификации акустического импульсного отклика, формирующего шум $z_1(k)$, что также подтверждается значениями параметра рассогласования (5), представленными на рисунке 31е. В аналогичных условиях NLMS-алгоритм демонстрирует несколько худшие результаты (см. рис. 32).

Похожие результаты также получаются при небольших изменениях N_h (в пределах ± 30 ВК) относительно N_w , что свидетельствует о достаточно высокой эффективности адаптивной шумоочистки.

ЛИНЕЙНОЕ ПРЕДСКАЗАНИЕ

Линейное предсказание наблюдаемых сигналов также является одним из приложений адаптивного фильтра. При линейном предсказании в качестве

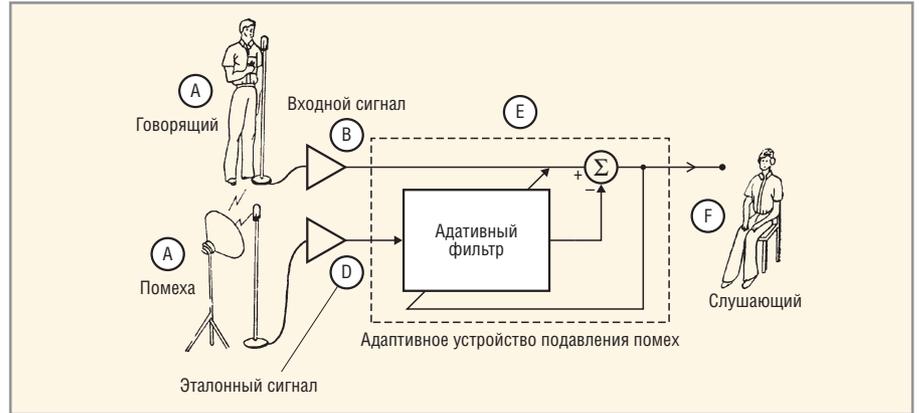


Рис. 29. Двухмикрофонная система шумоочистки [10]

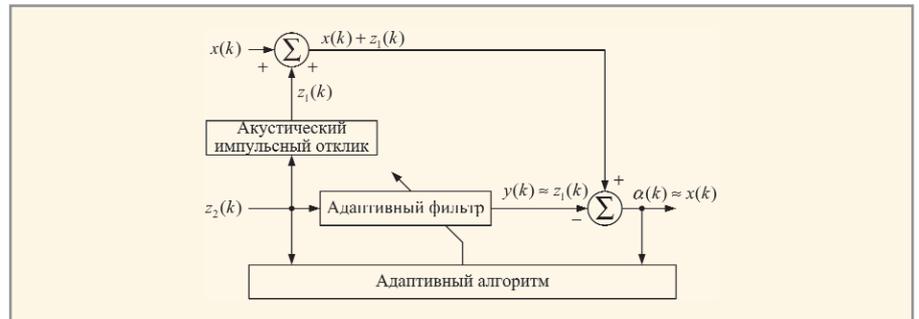


Рис. 30. Адаптивная шумоочистка сигналов: природа сигналов

в требуемого сигнала адаптивного фильтра используется наблюдаемый сигнал, а качестве входного сигнала –

его задержанная копия. По окончании переходного процесса адаптивный фильтр представляет модель источни-

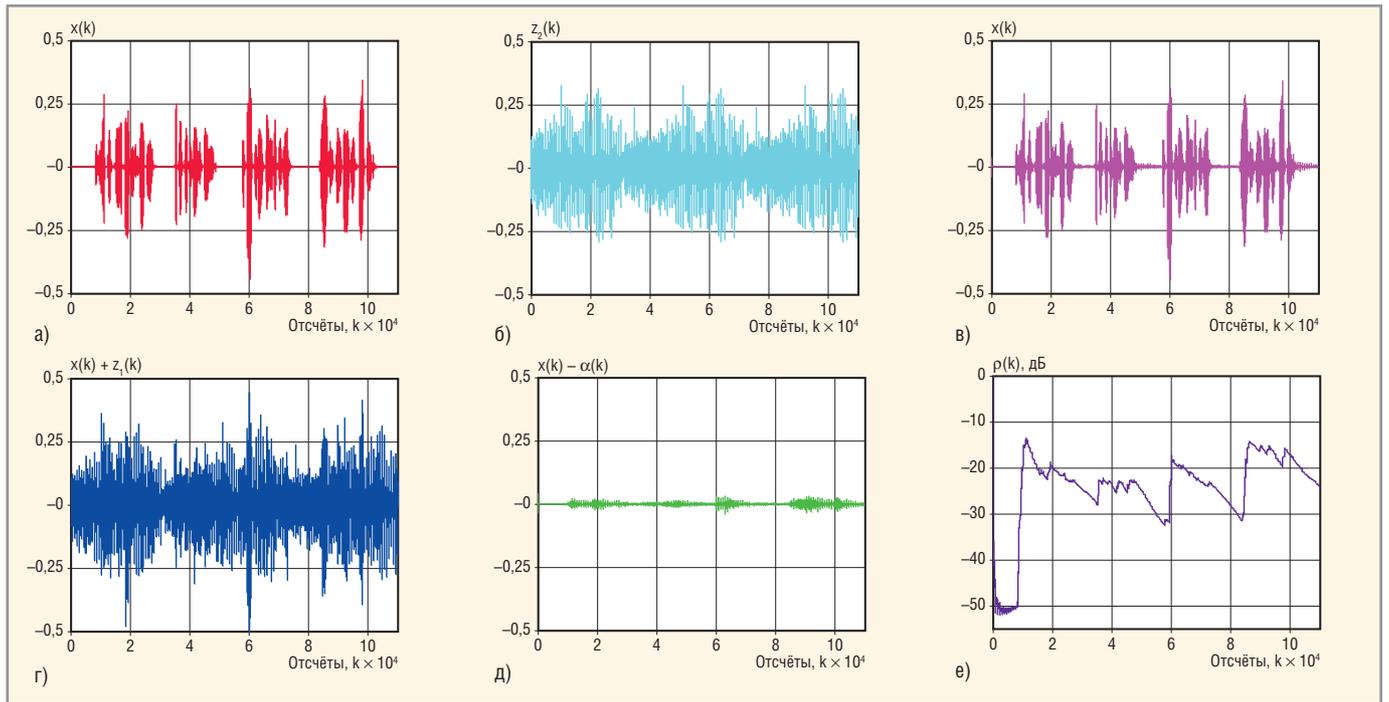


Рис. 31. Адаптивная шумоочистка, RLS-алгоритм

(а) сигнал речи $x(k)$; (б) сигнал источника шума $z_2(k)$; (в) сигнал очищенной речи $\alpha(k)$; (г) сигнал $d(k) = x(k) + z_1(k)$; (д) сигнал $x(k) - \alpha(k)$; (е) рассогласование

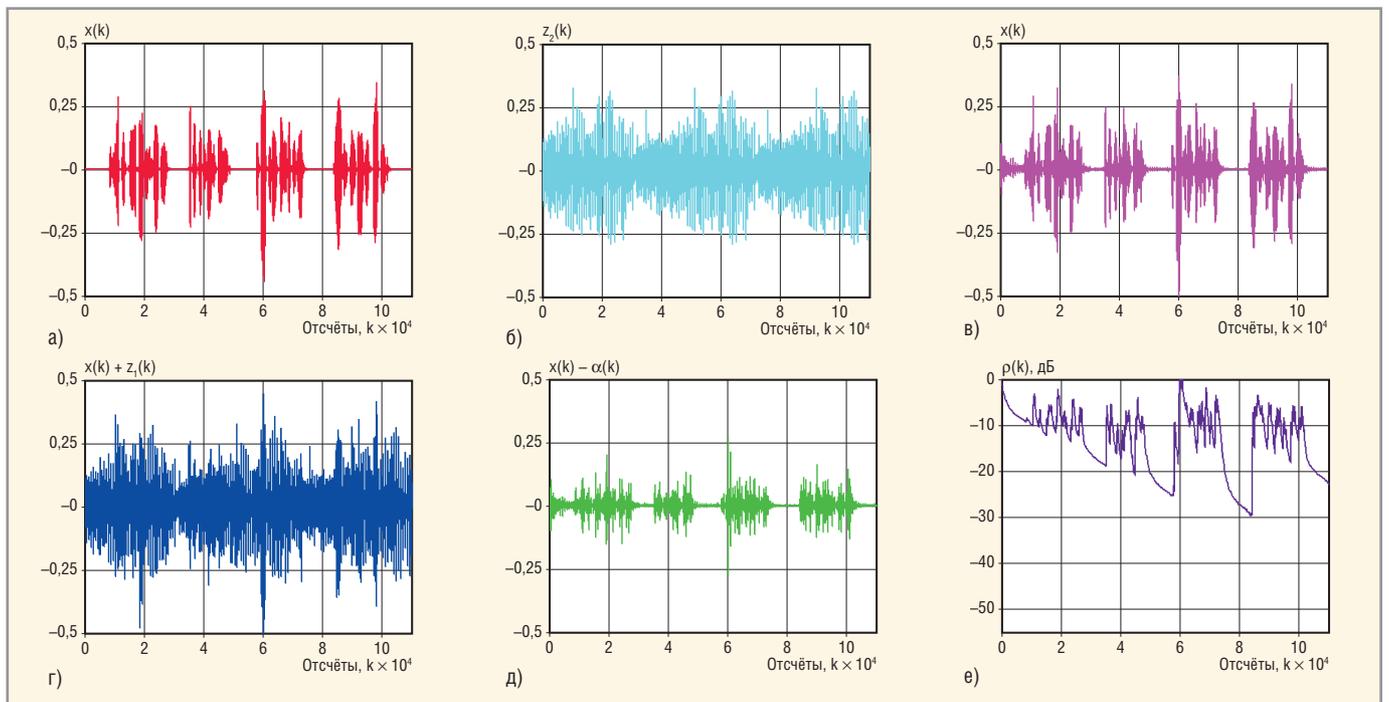


Рис. 32. Адаптивная шумоочистка, NLMS-алгоритм (при $\hat{\mu} = 0.01$)

(а) сигнал речи $x(k)$; (б) сигнал источника шума $z_2(k)$; (в) сигнал очищенной речи $\alpha(k)$; (г) сигнал $d(k) = x(k) + z_1(k)$; (д) сигнал $x(k) - \alpha(k)$; (е) рассогласование

ка сигнала, которая может быть использована для предсказания этого сигнала. Линейное предсказание, в частности,

используется при кодировании речи (в вокодерах) [42], при построении быстрых адаптивных фильтров, а также для

выделения узкополосных сигналов $x(k)$ (спектральных линий, line enhancement) на фоне широкополосных помех $z(k)$ (см. рис. 33).

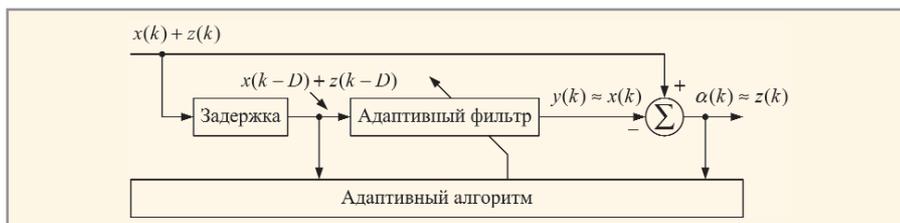


Рис. 33. Адаптивная фильтрация узкополосных сигналов

При разделении узкополосных и широкополосных сигналов величина задержки D в отсчётах обрабатываемых сигналов выбирается такой, что $k_z < D < k_x$, где k_z – ширина основного лепестка автокорреляционной функции (АКФ) широкополосного сигнала $z(k)$ и k_x – ширина основного лепестка

АКФ узкополосного сигнала $x(k)$. Будучи задержанным на D отсчётов, сигнал $x(k - D)$ остаётся коррелированным с сигналом $x(k)$, потому в процессе адаптации на выходе адаптивного фильтра формируется сигнал, близкий к узкополосному сигналу $x(k)$, а на выходе сигнала ошибки – сигнал, близкий к широкополосному сигналу $z(k)$. В зависимости от того, какой из обрабатываемых сигналов является «полезным» (узкополосный или широкополосный), в качестве «полезного» выходного сигнала используется соответственно или выходной сигнал адаптивного фильтра, или сигнал ошибки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье было дано общее представление об адаптивной фильтрации сигналов, структурах адаптивных фильтров, целевых функциях и критериях, лежащих в основе построения адаптивных фильтров, а также некоторых показателях качества, используемых в адаптивной фильтрации. Рассмотренные примеры известных приложений адаптивных фильтров свидетельствуют о зависимости качества функционирования адаптивных фильтров от вида используемых алгоритмов и их параметров.

Эти примеры не исчерпывают все существующие или возможные области применения адаптивных фильтров, среди которых следует отметить широкополосные акустические решётки, компенсаторы боковых лепестков направленных антенн, активные компенсаторы шума, многоканальные эквалайзеры акустических каналов в аппаратуре высококачественного воспроизведения звука, одноканальные и многоканальные компенсаторы сигналов акустического эха в аппаратуре озвучивания помещений, полиномиальные (нелинейные) адаптивные фильтры и другие устройства, описание принципов работы которых можно найти в современной научно-технической литературе.

ЛИТЕРАТУРА

- Hudson J.E. Adaptive array principles. England, Loughborough: Peter Peregrinus, 1981.
- Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решётки. Введение в теорию. Радио и связь, 1986.
- Журавлев А.К., Лукошкин А.П., Поддубный С.С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. Изд-во Ленинградского университета, 1983.
- Honig M.L., Messerschmitt D.G. Adaptive filters: structures, algorithms and applications. MA, Hingham: Kluwer Academic, 1984.
- Giordano A.A., Hsu F.M. Least square estimation with application to digital signal processing. John Wiley and Sons, 1985.
- Alexander S.T. Adaptive signal processing. Theory and applications. Springer, 1986.
- Ljung L., Soderstrom T. Theory and practice of recursive identification. MIT Press, 1986.
- Treichler J.R., Johnson C.R., Larimore M.G. Theory and design of adaptive filters. John Wiley and Sons, 1987.
- Коуэн К.Ф.Н., Грант П.М. Адаптивные фильтры. Мир, 1988.
- Уидроу Б., Стурнз С. Адаптивная обработка сигналов. Радио и связь, 1989.
- Пустольков А.А., Лутвинов О.С. Введение в теорию адаптивных антенн. Наука, 1991.
- Adaptive system identification and signal processing algorithms. N. Kalouptsidis, S. Theodoridis, Eds. Prentice-Hall, 1993.
- Clarkson P.M. Optimum and adaptive signal processing. CRC Press, 1993.
- Zelniker G., Taylor F.J. Advanced digital signal processing: theory and applications. Marcel Dekker, 1994.
- Regalia P.A. Adaptive IIR filtering in signal processing and control. Marcel Dekker, 1995.
- Macchi O. Adaptive processing. John Wiley and Sons, 1995.
- Тараканов А.Н., Хряцев В.В., Приоров А.Л. Адаптивная цифровая обработка сигналов. Ярославль: ЯГУ, 2001.
- Bellanger M.G. Adaptive digital filters. 2nd ed. Marcel Dekker, 2001.
- Haykin S. Adaptive filter theory. 4th ed. Prentice Hall, 2001.
- Sayed A.H. Fundamentals of adaptive filtering. John Wiley and Sons, 2003.
- Adaptive signal processing: applications to real-world problems. J. Benesty, Y. Huang, Eds. Springer, 2003.
- Poularikas A.D., Ramadan Z.M. Adaptive filtering premier with MATLAB. CRC Press, 2006.
- Ogunfunmi T. Adaptive nonlinear system identification: the Volterra and Wiener model approaches. Springer Science + Business Media, 2007.
- Dzing P.S.R. Adaptive filtering algorithms and practical implementation. 3rd ed. Springer Science + Business Media, 2008.
- Sayed A.H. Adaptive filters. John Wiley and Sons, 2008.
- Makino S. Acoustic echo cancellation. IEEE Signal Processing. 1997. Vol. 14. № 5. PP. 39–41.
- Messerschmitt D. Echo cancellation in speech and data transmission. IEEE J. Selected Areas in Communications. 1984. Vol. 2. № 2. PP. 283–297.
- Qureshi S. Adaptive equalization. IEEE Communications Magazine. 1982. Vol. 20. № 2. PP. 9–16.
- Qureshi S. Adaptive equalization. Proc. of the IEEE. 1985. Vol. 73. № 9. PP. 1349–1387.
- Djigan V.I. Recursive least squares – an idea whose time has come. Proc. of the 7th Intern. Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing. Moscow, 2007. PP. 255–260.
- Джиган В.И. Многообразие алгоритмов адаптивной фильтрации по критерию наименьших квадратов. Современная электроника. 2008. № 3. С. 32–39.
- Джиган В.И. Прикладная библиотека адаптивных алгоритмов. Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. 2006. № 1. С. 60–65.
- Солохина Т., Александров Ю., Петричкович Я. Сигнальные контроллеры компании «ЭЛВИС»: первая линейка отечественных DSP. Электроника: Наука, Технология, Бизнес. 2005. № 7. С. 70–77.
- Treichler J., Larimore M. New processing techniques based on the constant modulus adaptive algorithm. IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. 1985. Vol. 33. № 2. PP. 420–431.
- Widrow B. Thinking about thinking: the discovery of the LMS algorithm – DSP history. IEEE Signal Processing Magazine. 2005. Vol. 22. № 1. PP. 100–106.
- Джиган В.И., Солохина Т.В., Петричкович Я.Я. Подавление электрического эха на базе контроллеров «МУЛЬТИКОР». Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. 2004. № 8. С. 26–33.
- Chen W.Y. Simulation techniques and standards development for digital subscriber line systems. Macmillan Technical Publishing, 1998.
- Starr T., Cioffi J.M., Silverman P.J. Understanding digital subscriber line technology. Prentice Hall, 1999.
- Huntly H.R. Transmission design of intertoll telephone trunks. Bell System Technical J. 1953. Vol. 32. PP. 1019–1036.
- Allen J.B., Berkley D.A. Image method for efficiently simulating small-room acoustics. J. Acoustic Society of America. 1979. Vol. 65. № 4. PP. 943–950.
- Digital network echo cancellers. ITU-T Recommendation G.168, 04/2000. Geneva, 2001.
- Deller J.R., Proakis J.G., Hansen G.H.L. Discrete-time processing of speech signals. Prentice Hall, 1993.
- Chen Y., Le-Ngoc T., Champagne B., Xu C. Recursive least squares constant modulus algorithm for blind adaptive array. IEEE Trans. Signal Processing. 2004. Vol. 52. № 5. PP. 1452–1456.
- Плетнева И.Д., Джиган В.И. Моделирование обработки сигналов в цифровых антенных решетках. Исследования в области цифровых систем связи (Межвузовский сборник). МИЭТ, 2007. С. 36–43. 