

Цифровое формирование управляющих сигналов оптимальной следящей системы

Юрий Геложе, Игорь Маркович, Владимир Чуйков (Ростовская обл.)

Синтезирована оптимальная система слежения за сигналом, представляющим собой колебательный случайный процесс на фоне дискретного «белого» шума. Определены структура и параметры цифрового устройства управления.

ВВЕДЕНИЕ

Успехи современной электроники в создании быстродействующих микропроцессоров, ПЛИС и специальных вычислителей позволяют решить ряд сложных многоплановых задач автоматического управления:

- анализ ситуаций, в которых используются системы, тестирование объекта управления (ОУ) с изменяющимися параметрами;
- математический синтез систем, оптимальных для сложившихся ситуаций;
- синтез устройств управления (УУ);
- реализация самого процесса управления [1].

Решение этих актуальных задач позволит создать цифровые системы управления, оптимальные для конкретных ситуаций, сложившихся в текущий момент времени.

Постановка задачи

В работе приведены результаты статистического синтеза оптимальной системы, выполненные полностью на современной ЭВМ. Определены структура и параметры цифрового устройства управления следящей системы для задающих воздействий, часто встречающихся в подвижных объектах, когда задающее воздействие представляет собой случайный колебательный процесс с частотой свободных колебаний менее 1 Гц.

Особенность функционирования рассматриваемой системы состоит в том, что большую часть времени её работы осуществляется тестирование ОУ, параметры которого могут значительно изменяться во времени, а сеанс автоматического управления длится 20...60 с. При этом математи-

ческое ожидание задающего воздействия (сигнала) описывается регулярной функцией времени следующего вида:

$$M_m(t) = vt, \quad (1)$$

где v – ограниченная по величине скорость изменения среднего значения задающего воздействия $|v| \leq v_{\max}$, t – время, а его случайные изменения представляют собой колебательный процесс, спектральная плотность мощности которого имеет вид:

$$S_m(\omega) = \sigma_m^2 \frac{4d\Omega_0^3}{|(j\omega)^2 + 2d\Omega_0 j\omega + \Omega_0^2|^2}, \quad (2)$$

где σ_m^2 – дисперсия сигнала, d – коэффициент демпфирования фильтра-формирователя сигнала, Ω_0 – частота свободных колебаний фильтра-формирователя сигнала.

Цифровой координатор, осуществляющий оценку рассогласования между сигнальной составляющей и результатами её отработки, не является идеальным и вырабатывает собственный шум, не имеющий корреляции в соседних отсчётах. Этот шум называется дискретным «белым» шум. Если дисперсия этого шума σ_n^2 известна, то его спектральная плотность мощности равномерна в полосе частот

$$-\frac{\omega_d}{2} \dots + \frac{\omega_d}{2},$$

где ω_d – частота дискретизации, и определяется выражением [1]:

$$S(0) = \sigma_n^2 T_d. \quad (3)$$

Поскольку шум не зависит от сигнала, то спектральная плотность

мощности наблюдаемого процесса, представляющего собой аддитивную смесь сигнала (2) и шума (3), имеет вид:

$$S_X(\omega) = \sigma_m^2 \frac{4d\Omega_0^3}{|(j\omega)^2 + 2d\Omega_0 j\omega + \Omega_0^2|^2} + \sigma_n^2 T_d. \quad (4)$$

Ставится задача синтезировать оптимальную непрерывную следящую систему по критерию минимума дисперсии ошибки. Решение этой задачи необходимо для последующего синтеза управляющего устройства (УУ). Исходными данными для решения этой задачи являются функции спектральной плотности мощности (2), (3), (4). Отметим, что в состав исходных данных не включена регулярная составляющая сигнала (1) и выбрано бесконечно большое время наблюдения. Обусловлено это тем, что введение в состав сигнала этой составляющей и ограничение времени наблюдения приводит задачу синтеза к известной задаче Заде–Рагаццини [2], результаты решения которой не могут быть распространены на другие интервалы времени, в то время как в рассматриваемой технической задаче длительность сеансов функционирования системы изменяется в широких пределах.

Снятие ограничений на длительность переходного процесса позволит определить предельные возможности по точности физически реализуемой системы, что обычно требуется для обоснования эффективности системы [3]. Кроме того, выбор бесконечного интервала наблюдения для осуществления синтеза системы обусловлен тем, что при малом уровне шума, т.е. малом отношении шум/сигнал, где

$$k = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_m^2} \times (10^{-2} \dots 10^{-7}),$$

постоянная времени оптимальной системы будет на несколько поряд-

ков меньше постоянной времени T_0 [3] фильтра-формирователя случайного сигнала

$$T_0 = \frac{1}{\Omega_0}$$

Это означает, что переходной процесс в системе за время сеанса её функционирования практически закончится.

Таким образом, в работе решается известная задача Винера–Колмогорова для случая, когда функции спектра являются дробно-рациональными функциями вида

$$\frac{Q(\omega^{2k})}{R(\omega^{2n})},$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$ и $n = 0, 1, 2, \dots$. Методы решения этой задачи известны [2, 3]. Статистический синтез системы осуществлялся полностью автоматически с помощью пакета программ Matlab для следующих исходных данных: $k = 10^{-2} \dots 10^{-7}$, $\Omega_0 = 2\pi F_0$, $F_0 = 0,35$ Гц, $T_d = 10^{-3}$, $\sigma_m^2 = 1 \text{ рад}^2$ и $d = 0,5$. Столь высокая частота дискретизации ($F_d = 1$ кГц) выбрана для того, чтобы для рассматриваемого сигнала и ориентировочного значения постоянной времени объекта управления, равной 0,05 с, не учитывать особенности функционирования системы как дискретной.

РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Результаты статистического синтеза оптимальной следящей системы сведены в таблицу, в которой кроме её передаточных функций $W_{\text{ОСС}}(s)$ приведены сведения о физически достижимой точности системы σ^2 (рад²) (при $\sigma_m^2 = 1 \text{ рад}^2$) и величинах передаточной функции $W_{\text{ОСС}}(0)$ и её производной $W_{\text{ОСС}}^{(1)}(0)$.

Из таблицы видно, что передаточная функция оптимальной следящей системы может быть описана выражением:

$$W_{\text{ОСС}}(s) = \frac{b_0 s + b_1}{s^2 + 2d_{\text{опт}} \Omega_{\text{опт}} s + \Omega_{\text{опт}}^2}, \quad (5)$$

где b_0 и b_1 – коэффициенты многочлена числителя, $d_{\text{опт}}$ – коэффициент демпфирования оптимальной системы, $\Omega_{\text{опт}}$ – частота свободных колебаний оптимальной системы. Обработка материалов, приведённых в таблице, показывает, что ко-

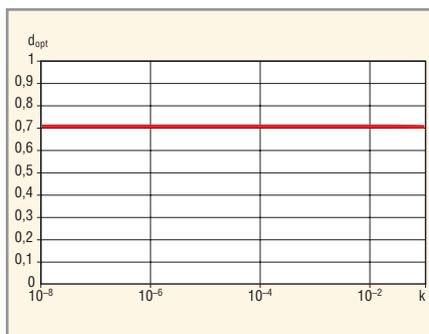


Рис. 1. Зависимость коэффициента демпфирования от отношения шум/сигнал

эффициент демпфирования оптимальной системы практически не зависит от отношения шум/сигнал и с высокой точностью равен $\sqrt{2}/2$ (см. рис. 1).

Частота свободных колебаний оптимальной системы $\Omega_{\text{опт}}$ в 20...300 раз больше частоты свободных колебаний Ω_0 фильтра-формирователя сигнала, т.е. полоса пропускания оптимальной системы по частоте значительно шире эффективной полосы сигнала, что следует из графика, приведённого на рис. 2.

Оптимальная система обладает свойством статизма, поскольку $W_{\text{ОСС}}(0) \neq 1$ и, следовательно, её статистический коэффициент ошибки C_0 не равен нулю ($C_0 = W_{\text{ОСС}}(0) - 1 \neq 0$) [3]. Однако величина этого коэффициента мала и изменяется от $3,3 \cdot 10^{-3}$ до 10^{-5} при изменении k от 10^{-2} до 10^{-7} . Коэффициент ошибки по скорости оптимальной системы, определённый выражением $C_1 = W_{\text{ОСС}}^{(1)}(0)$, также близок к нулю и изменяется от $1,38 \cdot 10^{-3}$ до $4,75 \cdot 10^{-6}$ [3]. Таким образом, статистически оптимальная система

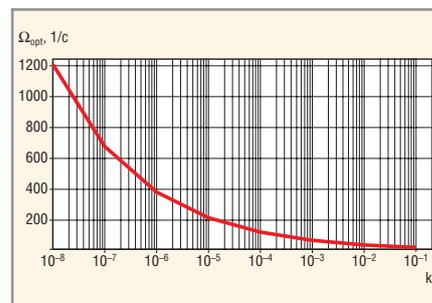


Рис. 2. Зависимость частоты свободных колебаний оптимальной системы от отношения шум/сигнал

при рассмотренных отношениях шум/сигнал близка по свойствам к системе с астатизмом второго порядка, для которой $C_0 = C_1 = 0$, что имеет место, если передаточная функция системы будет иметь вид [3]:

$$W(s) = \frac{2d\Omega s + \Omega^2}{s^2 + 2d\Omega s + \Omega^2}. \quad (6)$$

Системы такого вида формируют несмещённую оценку, поскольку $m_\epsilon = C_0 v + C_1 v = 0$ [3].

Из сравнения передаточных функций (5) и (6) следует, что навязать оптимальной системе свойство астатизма второго порядка можно, выполнив следующие два условия:

$$b_0 = 2d_{\text{опт}} \Omega_{\text{опт}} \text{ и } b_1 = \Omega_{\text{опт}}^2. \quad (7)$$

Введение дополнительного условия обеспечит несмещённую оценку, формируемую системой, но приведёт к увеличению случайной ошибки.

Рассмотрим возможность повышения точности астатической сис-

Статистический синтез оптимальной следящей системы

$k = \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_m}\right)^2$ шум/сигнал	σ^2 (рад ²), точность при $\sigma_m^2 = 1 \text{ рад}^2$	$W_{\text{ОСС}}(s)$, передаточная функция	$W_{\text{ОСС}}(0)$, величина передаточной функции	$W_{\text{ОСС}}^{(1)}(0)$, производная передаточной функции
10^{-2}	$5,1760 \times 10^{-4}$	$\frac{51,764285 s + 1453,6062}{s^2 + 53,963400 s + 1458,4423}$	0,996684	$-13,852 \times 10^{-4}$
10^{-3}	$9,3817 \times 10^{-5}$	$\frac{93,817120 s + 4607,1406}{s^2 + 96,016235 s + 4611,9767}$	0,9989514	$-45,500 \times 10^{-5}$
10^{-4}	$1,6858 \times 10^{-5}$	$\frac{168,57516 s + 14579,508}{s^2 + 170,77427 s + 14584,344}$	0,9996684	$-14,690 \times 10^{-5}$
10^{-5}	$3,0150 \times 10^{-6}$	$\frac{301,50246 s + 46114,906}{s^2 + 303,70158 s + 46119,742}$	0,9998951	$-46,992 \times 10^{-6}$
10^{-6}	$5,3788 \times 10^{-7}$	$\frac{537,87683 s + 145838,59}{s^2 + 540,07594 s + 145843,43}$	0,9999668	$-14,956 \times 10^{-6}$
10^{-7}	$9,5821 \times 10^{-8}$	$\frac{958,21225 s + 461192,58}{s^2 + 960,41137 s + 461197,42}$	0,9999895	$-4,7464 \times 10^{-6}$

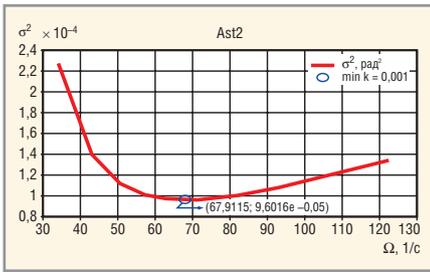


Рис. 3. Зависимость дисперсии ошибки слежения от частоты свободных колебаний системы для отношения шум/сигнал $\times 10^{-3}$

темы путём параметрической оптимизации по критерию минимума дисперсии ошибки всего по одному параметру – по частоте свободных колебаний, поскольку, как отмечалось выше, коэффициент демпфирования оптимальных систем практически не зависит от изменения отношения шум/сигнал в пределах $10^{-2} \dots 10^{-7}$.

Результат осуществления параметрической оптимизации показал, что отклонение от оптимального значения частоты свободных колебаний системы на 10% приводит к потере точности менее чем на 5%, что подтверждается графиком зависимости дисперсии ошибки от частоты свободных колебаний системы, например, для отношения шум/сигнал 10^{-3} , приведенного на рис. 3.

Кроме того, исследования показали, что частота свободных колебаний параметрически оптимальной системы и частота Ω_{opt} практически одинаковы. Учитывая это, проведено исследование потерь точности от навязывания оптимальной системе свойства астатизма второго порядка. Результаты этих исследований приведены на рис. 4, на котором показана зависимость отношения приращения дисперсии ошибки системы, происходящего за счёт изменения коэффициентов передаточной функции, к

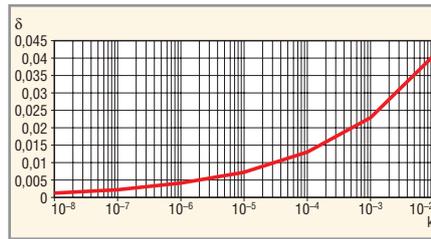


Рис. 4. Зависимость относительных потерь точности δ , происходящих за счёт навязывания оптимальной системе астатизма второго порядка, от отношения шум/сигнал

дисперсии ошибки оптимальной системы.

Из графика на рис. 4 следует, что за счёт навязывания оптимальной системе свойства астатизма второго порядка дисперсия ошибки увеличивается на 0,25...4% при изменении отношения шум/сигнал от 10^{-7} до 10^{-2} . Такие потери точности допустимы, поскольку в большинстве случаев параметры спектра случайного сигнала известны с точностью не большей, чем 5...10%.

На основании проведённых исследований можно сделать вывод, что передаточная функция системы, близкой к оптимальной системе и обладающей астатизмом второго порядка, описывается выражением (5) и коэффициенты её числителя b_0 и b_1 определяются из условия (7), а $d_{opt} = \sqrt{2}/2$.

СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО УПРАВЛЯЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

Проведём декомпозицию результатов решения задачи статистического синтеза оптимальной системы с целью решения главной задачи – определения структуры и параметров устройства УУ, поскольку ОУ протестирован с помощью специальной подсистемы. Структурная схема следящей системы имеет вид, показанный на рис. 5.

Полагаем, что ОУ является типовым электромеханическим устрой-

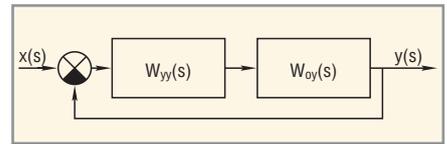


Рис. 5. Структурная схема следящей системы

ством, передаточная функция которого определяется выражением [3]:

$$W_{OY}(s) = \frac{k_{ЭМ}}{s(T_{ЭМ}s + 1)},$$

где $k_{ЭМ}$ – статический коэффициент передачи ОУ по скорости, $T_{ЭМ}$ – постоянная времени ОУ.

Зная $W_{OCC}(s)$ и $W_{OY}(s)$, по известным правилам математического описания следящей системы получим передаточную функцию УУ оптимальной системы [3]:

$$W_{YU}(s) = \frac{2dT_{ЭМ}\Omega_{opt}s + \Omega_{opt}(T_{ЭМ}\Omega_{opt} + 2d)}{k_{ЭМ}} + \frac{\Omega_{opt}^2}{k_{ЭМ}s}. \quad (8)$$

Как видно из (8), аналоговое оптимальное УУ содержит дифференциатор, безынерционное звено и интегратор. Структурная схема математической модели цифрового устройства УУ, построенная в соответствии с формулой (8), представлена на рис. 6. Отметим, что эта схема справедлива для УУ, выполненного на базе ЭВМ, время вычисления дискретного управляющего воздействия которой значительно меньше периода дискретизации T_d .

На рис. 6 приняты следующие обозначения: $W_{диф}^*(z)$ – передаточная функция дифференцирующего звена; $W_{БИ}^*(z)$ – передаточная функция безынерционного звена; $W_{инт}^*(z)$ – передаточная функция интегрирующего звена; $\varepsilon(t)$ – сигнал рассогласования, $U_{yy}(t)$ – управляющее воздействие.

Весовые коэффициенты K_1, K_2, K_3 определяются следующими выражениями:

$$K_1 = \frac{2d\Omega_{opt}T_{ЭМ}}{k_{ЭМ}},$$

$$K_2 = \frac{\Omega_{opt}(\Omega_{opt}T_{ЭМ} + 2d)}{k_{ЭМ}},$$

$$K_3 = \frac{\Omega_{opt}^2}{k_{ЭМ}}.$$

Для определения численных значений весовых коэффициентов в

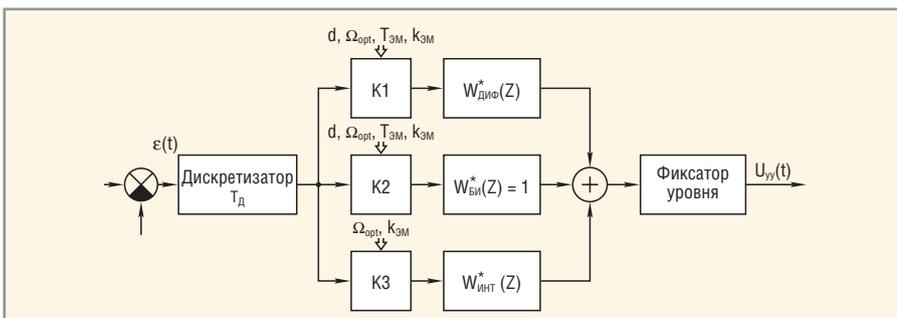


Рис. 6. Структурная схема математической модели цифрового управляющего устройства

управляющую ЭВМ поступают сведения из подсистемы тестирования ОУ о величинах $k_{ЭМ}$ и $T_{ЭМ}$, а из ЭВМ, осуществляющей решение задачи статистического синтеза оптимальной системы, поступают сведения о величинах Ω_{opt} и $d = \sqrt{2}/2$.

В простейшем случае уравнение в конечных разностях и передаточные функции дифференциатора и интегратора соответственно будут иметь вид [4]:

$$U_{диф}(iT_D) = \frac{\varepsilon(iT_D) - \varepsilon(iT_D - T_D)}{T_D},$$

$$W_{диф}^*(z) = \frac{1 - z^{-1}}{T_D};$$

$$U_{инт}(iT_D) = U_{инт}(iT_D - T_D) + T_D \varepsilon(iT_D - T_D),$$

$$W_{инт}^*(z) = \frac{T_D z^{-1}}{1 - z^{-1}}.$$

Если управляющая ЭВМ обладает повышенным быстродействием, то можно воспользоваться более точной формулой дифференцирования:

$$U_{диф}(iT_D) = \frac{1}{T_D} \sum_{v=1}^n \frac{1}{v} \Delta^v \varepsilon(iT_D), \quad (9)$$

где Δ^v – восходящая разность v -го порядка, определяемая выражением:

$$\begin{aligned} \Delta^v \varepsilon(iT_D) &= \Delta^{v-1} \varepsilon(iT_D) - \Delta^{v-1} \varepsilon(iT_D - T_D); \\ \Delta^0 \varepsilon(iT_D) &= \varepsilon(iT_D). \end{aligned}$$

Реализация этой операции дифференцирования требует запоминания n предыдущих значений входной переменной. Передаточная функция дифференциатора (9) имеет вид:

$$W_{диф}^*(z) = \frac{1}{T_D} \sum_{v=1}^n \frac{1}{v} (1 - z^{-1})^v.$$

Точность интегрирования тоже может быть повышена, например, за счёт применения полигональной аппроксимации, при этом разностное уравнение и передаточная функция интегратора будут иметь вид [4]:

$$\begin{aligned} U_{инт}(iT_D) &= U_{инт}(iT_D - T_D) + \\ &+ T_D \frac{\varepsilon(iT_D) + \varepsilon(iT_D - T_D)}{2}; \end{aligned}$$

$$W_{инт}^*(z) = \frac{T_D}{2} \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}.$$

Следует заметить, что все вышерассмотренные дифференциаторы и интеграторы устойчивы, так как нули

и полюса их передаточных функций не выходят из единичного круга на плоскости z .

Моделирование оптимальной системы с астатизмом второго порядка показало, что при $k = 10^{-3}$ и частоте дискретизации $F_D = 1$ кГц величина перерегулирования не превысила 15%, что вполне приемлемо для рассматриваемых типов электромеханических устройств.

Синтезированное управляющее устройство может быть реализовано с помощью ЭВМ, ПЛИС и сигнальных процессоров. Причём без современных быстродействующих вычислительных устройств и эффективных цифровых методов обработки сигналов трудно обойтись тогда, когда отношения шум/сигнал малы и, следовательно, полоса пропускания оптимальной системы становится столь широкой, что препятствием к достижению потенциальных возможностей системы по точности становится ограниченность ресурса управления инерционного электропривода [5]. В этих случаях обеспечение уменьшения проигрыша по точности возможно, например, с применением многокритериального подхода к организации движения в системе из «удалённых» областей пространства состояний.

Требования по обеспечению «грубости» к рассматриваемым системам

предъявляются [5], поскольку сведения о тестируемом объекте используются в законе управления. Такой подход способствует повышению точности системы. Дополнительным резервом повышения точности является оптимизация системы под идентифицируемую ситуацию.

В заключение отметим, что современные компьютерные технологии позволяют осуществить оптимальное управление в условиях значительных изменений как свойств объектов управления, так и ситуаций, в которых используются автоматические системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баркин А.И. и др. Методы классической и современной теории автоматического управления: Т. 4: Теория оптимизации систем автоматического управления. Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егунова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.
2. Солодовников В.В., Матвеев П.С. Расчёт оптимальных систем автоматического управления при наличии помех. М.: Машиностроение. 1973.
3. Основы автоматического управления. Под ред. В.С. Пугачева. М.: Наука, 1974.
4. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов: практический подход. Пер. с англ. М.: Вильямс. 2004.
5. Дорф Р., Бишоп П. Современные системы управления. Пер. с англ. М.: Лаборатория Базовых Знаний. 2002. ©







ЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ ОТ ВЕДУЩИХ ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ

Электронные ключи iButton

- Уникальный идентификационный номер
- Энергонезависимая память обеспечивает сохранность, а бит защиты – конфиденциальность информации
- Удобство использования: информация легко считывается внешним устройством
- Возможность выполнения различных дополнительных функций

DS1990A

Электронный ключ с уникальным 64-битным регистрационным номером

DS1994

Электронный ключ с энергонезависимой памятью 4 кбит, часами реального времени и календарем

DS1992

Электронный ключ с энергонезависимой памятью 1 кбит

Москва, ул. Ивана Франко, д. 40, стр. 2
Тел./факс: (495) 97-000-99

Почта: 121351, Москва, а/я 100
E-mail: platan@aha.ru