

MathSpice – аналитический PSpice-движок для OrCAD и MicroCAP.

Часть 5. Расчёт нелинейных цепей постоянного тока в MathSpice

Олег Петраков (Москва)

Принято считать, что расчёт схем на постоянном токе несложен. Но это не так, если в схеме присутствуют нелинейные элементы. Поэтому роль нелинейных задач в электронике невероятно велика. Но только сейчас, с появлением дешёвых вычислительных средств, решение этих задач стало возможным в повседневной практике разработчика.

РЕШЕНИЕ ОБОБЩЕННОЙ ДИОДНОЙ СХЕМЫ

Решим такую задачу: на вход диодной схемы (рис. 1) поступает синусоидальное напряжение. Найти напряжение на диоде и ток диода.

Внимательный читатель заметит: какая же это схема постоянного тока, если на входе синусоидальный сигнал? В том-то и прелесть MSpice, что константу 1vDC в источнике Vin можно заменить формулой и решить задачу, используя MSpice в режиме DC. Такой подход возможен при условии, что в этой схеме не будет реактивных элементов. Для расчётов будем использовать нелинейную экспоненциальную схему замещения диода (рис. 2).

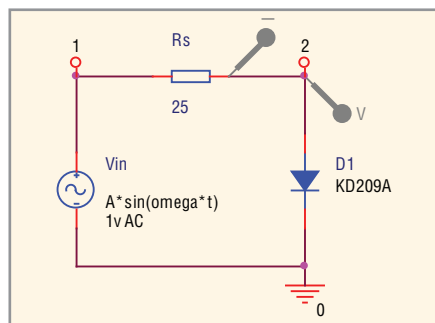


Рис. 1. Обобщённая диодная схема

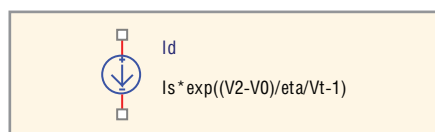


Рис. 2. Схема замещения диода

I_s – ток насыщения, V_T – тепловое напряжение, h – коэффициент эмиссии (или коэффициент идеальности) диода, I_d – ток через диод, $V_d = V_2 - V_0$ – напряжение между выводами диода

Вообще говоря, всегда считалось, что невозможно получить точное аналитическое решение для зависимости тока I_d от напряжения V_d , если используется экспоненциальная модель диода. Много лет мы располагали только аналитическими решениями с аппроксимацией [1 – 5] либо численными решениями [6]. Однако совсем недавно Банвелл предложил точное аналитическое решение с использованием W-функции Ламберта [7]. Функция LambertW удовлетворяет следующему условию:

$$\text{LambertW}(x)e^{\text{LambertW}(x)} = x.$$

Сейчас мы увидим, как легко получить решение, используя программу символьных вычислений Maple+MSpice. Разумеется, в схеме (а также в схеме замещения диода) не должно быть инерционных компонентов (катушек индуктивности и конденсаторов), а в формулах – производных и интегралов, иначе надо переходить в режим решения дифференциальных уравнений.

Составим уравнение Кирхгофа–Лапласа для этой цепи:

$$\frac{V_{in} - V_2}{R_s} - I_s e^{\frac{V_2 - V_0}{V_T} - 1} = 0,$$

где: I_s – ток насыщения, V_T – тепловое напряжение, η – коэффициент эмиссии (или коэффициент идеальности) диода, I_d – ток через диод, $V_d = V_2 - V_0$ – напряжение между выводами диода.

В качестве решения ищем V_2 . Вводим:

```
> restart: read(`m:/PMAPLE/ESolver.m`);with(MSpice):
ESolve(EQ, `BJT-PSpiceFiles/SCHEMA-
```

```
TIC1/SCHEMATIC1.net`);
with(inttrans): alias(W=LambertW):
Digits:=3:
MSpice v8.52:
http://pspicelib.narod.ru
Заданы узлы: {V1} Источники:
[Vin]
Решения V_NET: [V2]
J_NET: [JRs, JVin]
```

Это трансцендентное уравнение известно как обобщённое диодное уравнение. Известно, что его невозможно решить для I_d в виде комбинации общих элементарных функций. Однако этот факт не препятствует существованию решения с использованием функций Ламберта. Давайте посмотрим, способен ли Maple решить эту задачу. Вводим:

```
Jd:=simplify(JRs);
Vd:=simplify(V2);
```

Получаем решение:

$$I_d := \frac{\eta V_T W \left(\frac{I_s R_s e^{-\frac{V_{in} + \eta V_T}{\eta V_T}}}{\eta V_T} \right)}{R_s},$$

$$V_d := -W \left(\frac{I_s R_s e^{-\frac{V_{in} + \eta V_T}{\eta V_T}}}{\eta V_T} \right) \eta V_T + V_{in}.$$

MSpice решил это уравнение в W-функциях Ламберта. Теперь введём числа и построим графики для тока диода и напряжения на диоде для синусоидального входного напряжения $V_{in} = A \sin(\omega t)$. Вводим номиналы компонентов и ищем решение для I_d и V_d :

```
> Vin:=invlaplace(A*omega/(s^2+omega^2),s,t);
> Values(DC,RLCVI,[ ]):
Rs := 25, "25"
DC источник: DC:
```

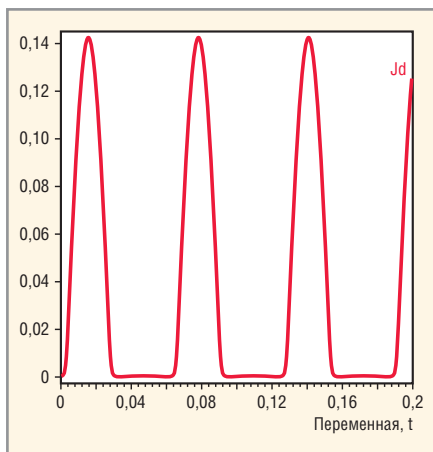


Рис. 3. Ток диода Jd

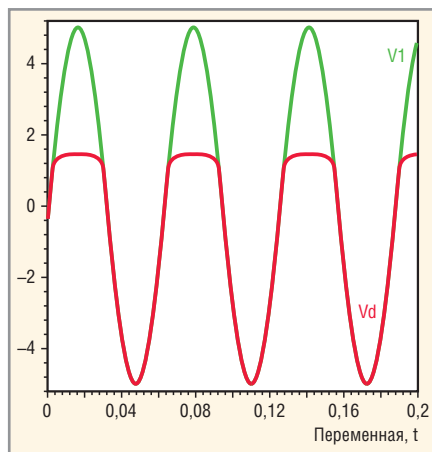


Рис. 4. Напряжение на диоде Vd

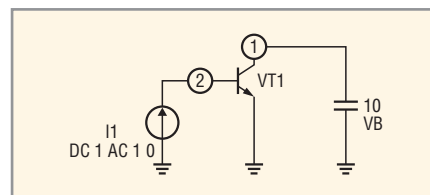


Рис. 5. Схема измерения характеристик ВJT транзистора

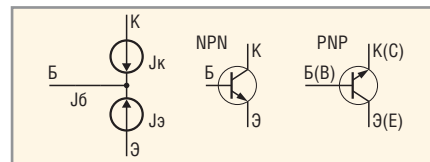


Рис. 6. EXP модель биполярного транзистора

```
Vin:=A*sin(omega*t)
I_D1_KD209A := Is*exp((V2-V0)/eta/Vt-1)
> omega:=100: eta:=1.8:
Vt:=0.026: Is:=1e-14: R:=100:
A:=5:
print('omega'=omega, 'eta'=eta,
'Vt'=Vt, 'Is'=Is, 'R'=R, 'A'=A):
> Jd:=simplify(JRs); Vd:=simplify(V2);
IMG([Jd],t=0..0.2,"3")Ток диода
[Jd]");
IMG([Vd,V1],t=0..0.2,"4") Напряже-
ние на диоде [Vd,V1]");
```

Получаем решения:

$$Jd = -0,000400\sin(100t) + 0,00187W(5,35 \times 10^{-12}e^{107\sin(100t)-1});$$

$$Vd = -0,0468W(5,35 \times 10^{-12}e^{107\sin(100t)-1}) + 5,01\sin(100t).$$

Ток диода показан на рис. 3, напряжение на нём показано на рис. 4.

Мы видим, как легко решить эту задачу с помощью Maple с пакетом MSpice. Мы получили точное аналитическое решение обобщённого диодного уравнения, которого не было много лет, несмотря на усилия исследователей. Точно так же возможно аналитически решить другие цепи, в том числе некоторые схемы на транзисторах, используя W-функцию Ламберта [7].

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ БИПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА

Вручную трудно получить решение нелинейной задачи даже в тех случаях, когда это решение существует. Если решение существует,

MSpice обязательно покажет его через некоторое время.

Построим семейство вольтамперных характеристик для схемы (рис. 5), используя экспоненциальную модель биполярного транзистора (рис. 6). Маловероятно, что кто-либо видел более короткое и красивое аналитическое решение этой задачи.

Разумеется, более сложные задачи решаются численно. Если вы получили систему уравнения нелинейной цепи в Maple, то получение численных решений не вызывает проблем и можно считать, что задача в основном решена. Требуется только нарисовать схему без ошибок.

Составим уравнение Кирхгофа для цепи:

$$-Ise \frac{V_2-V_0}{Vt} + \frac{Ise \frac{V_2-VB}{Vt}-1}{ar} + \frac{Ise \frac{V_2-V_1}{Vt}-1}{af} = 0$$

$$JQk = -I1 - \frac{Ise \ln \left(\frac{I1 ar af}{Is ar \left((af-1)e^{\frac{VB}{Vt}} + af(-1-ar) \right)} \right)}{Vt} + \frac{I1 ar af}{ar(af-1)e^{\frac{VB}{Vt}} + af(-1+ar)}$$

Вводим номиналы компонентов:

```
> Values(AC,RLCVI,[VB,I1]): Dig-
its:=5:
Vt := k*T/e
Is := .1e-7
ar := .7, "0.7"
af := .99, "0.99"
e := .1602176462e-18
```

```
> restart:read('F:/PMAPLE/ES-
olver.m');with(MSpice):
Приборы:=[[BJT,EXP,6]]:
ESolve(Q,'EXP.СКТ');
MSpice v8.52:
http://pspicelib.narod.ru
Заданы узлы: {V1} Источники: {Is,
I1, VB, Vt}
Решения V_NET: [V2]
J_NET: [Je, J1, JVB, Jvt, JIs,
Jar, Jaf, Jk, Jt]
Ток коллектора транзистора:
> JQk:=simplify(JVB,'size');
```

Получаем решение:

```
k := .1380650277e-22
T := 300, "300"
Ic_QVT1 := Is*exp((V2-V0)/Vt-1)-
Is/ar*exp((V2-V1)/Vt-1)
Ie_QVT1 := -Is/af*exp((V2-V0)/Vt-
1)+Is*exp((V2-V1)/Vt-1)
Ток коллектора транзистора
> JQk:=simplify(JQk,'size');
```

Получаем решение:

$$JQx = -I1 - 0,10101 \times 10^{-7} e^{0,99999 \ln \left(\frac{0,69300 \times 10^8 I1}{-0,007 e^{38,680VB} - 0,297} \right) + 38,680VB} + \frac{0,693 I1}{-0,007 e^{38,68VB} - 0,297}$$

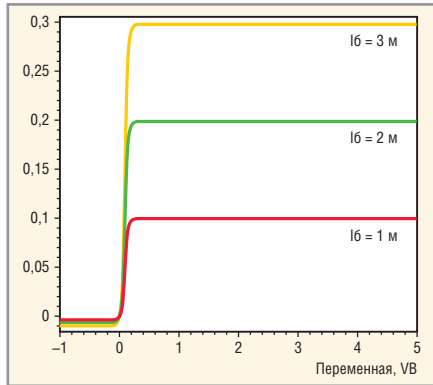


Рис. 7. Выходные характеристики транзистора

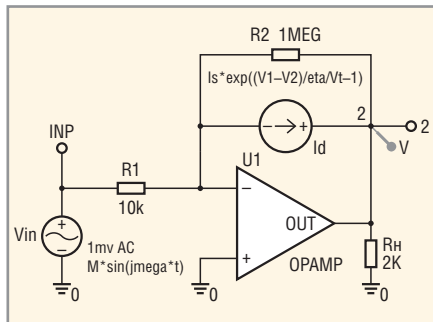


Рис. 8. Схема детектора

$$VOUT := \left(\eta Vt (R1 A1 + R1 + R2) W \left(\frac{Is R2 R1 (A1 + 1) e^{-\frac{(R2 + (A1 + 1) R1) Vt \eta + R2 Vin (A1 + 1)}{(R2 + (A1 + 1) R1) Vt \eta}}}{(R2 + (A1 + 1) R1) Vt \eta} \right) - R2 Vin (A1 + 1) \right) A1 / ((R1 A1 + R1 + R2) (A1 + 1))$$

Эта формула упрощается для тех случаев, когда можно считать усиление ОУ бесконечным:

```
OUT[A=infinity]:=simplify(limit(VOUT,A1=infinity));
```

Получаем решение для этого случая:

$$OUT_{A=\infty} := \frac{R2 Vin - \eta Vt W \left(\frac{s R2 e^{-\frac{-R1 \eta Vt + R2 Vt}{R1 Vt \eta}}}{Vt \eta} \right) R1}{R1}$$

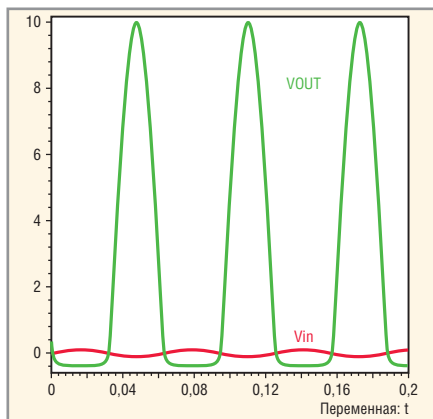


Рис. 9. Входной сигнал и напряжение нагрузки

Построим семейство выходных характеристик биполярного транзистора. Для этого вводим:

```
> [eval(JQж, I1=1e-3),
eval(JQж, I1=2e-3),
eval(JQж, I1=3e-3)]:
IMG(% , VB=-1..5, "7) Выходные ха-
рактеристики транзистора
del[I6=1m`, `I6=2m`, `I6=3m` ]";
```

Семейство выходных характеристик транзистора представлено на рис. 7.

ДЕТЕКТОР СЛАБЫХ СИГНАЛОВ НА ОУ

Такую задачу с применением ОУ не встретишь в учебнике в решённом виде (рис. 8). В этой схеме диод представлен зависимым источником тока $I_d = I_s \exp((V_1 - V_2) / \eta / V_t - 1)$. Применение ОУ позволяет идеализировать характеристики диода. Найдём аналитическое выражение для напряжения на выходе схемы, $V_{OUT} = V_2$.

Построим графики выходного напряжения для номиналов, указанных на схеме.

```
> Values(DC, RLCVI, []):
omega:=100: eta:=1.8: Vt:=0.025:
Is:=1e-8: M:=0.1:
Digits:=3: VOUT:=simplify(VOUT);
OUT[A=infinity]:=OUT[A=infinity];
IMG([Vin, VOUT, OUT[A=infinity]],
t=0..0.2, "9) Входной сигнал и
напряжение нагрузки
del[Vin, VOUT, OUT(A=infinity)]";
```

$$VOUT := 0,0450 W \left(0,222 e^{-0,999 + 222 \sin(100t)} \right) - 10,0 \sin(100t)$$

$$OUT_{A=\infty} := 0,0450 W \left(0,222 e^{-0,999 + 222 \sin(100t)} \right) - 10,0 \sin(100t)$$

Входной сигнал и напряжение нагрузки представлены на рис. 9. Видим, что в нашем случае VOUT и OUT совпадают полностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fjeldly T.A., Moon B. and Sbur M. Approximate analytical solution of generalized diode equation. IEEE Transactions on Electron Devices. Aug. 1991. Vol. 38. PP. 1976–1977.
2. Abuelma'Atti M.T. Improved approximate analytical solution for generalised diode equa-

Уравнение Кирхгофа для этой цепи выглядит следующим образом:

$$-Is e^{\left(\frac{V1 + A1V1}{\eta Vt} - 1 \right)} + \frac{-A1V1 - V1}{R2} + \frac{V1 - Vin}{R1} = 0.$$

В качестве решения ищем VOUT:

```
> restart:with(MSpice):
alias(W=LambertW):
ESolve(EQ, `BJT-
PSPiceFiles/SCHEMATIC1/SCHEMA-
TIC1.net`):
MSpice v8.52:
http://pspicelib.narod.ru
Заданы узлы: {VINP} Источники:
[Vin, Is*exp((V1-V2)/eta/Vt-1)]
Решения V_NET: [V1, V2]
J_NET: [JRн, JR1, JR2, JA1,
JVin]
> VOUT:=simplify(V2, 'size');
```

Получаем решение:

Вводим номиналы компонентов:

```
Rн := .2e4, "2K"
R1 := .10e5, "10k"
R2 := .1e7, "1MEG"
A1 := .1e7, "1e6"
DC источник: DC:
Vin:=M*sin(omega*t)
Id := Is * exp((V1 -
V2) / eta / Vt - 1)
E1_U1 := A1*(V0-V1)
```

Получаем решения:

- tion. Electronics Letters. March 1992. Vol. 28. PP. 594–595.
3. Ortiz-Conde A. and Garcia Sanchez F.J. Approximate analytical expression for equation of ideal diode with series and shunt resistances. Electronics Letters. Oct. 1992. Vol. 28. PP. 1964–1965.
4. Le Biban J. Simple accurate analytical approximation for normalised diode characteristic. 1999 Symp. on High Performance Electron Devices for Microwave and Optoelectronic Applications. Nov. 1999. PP. 206–209.

5. *Le Biban J.* Accurate approximate function for normalised diode characteristic. 8th IEEE Intern. Symp. on High Performance Electron Devices for Microwave and Optoelectronic Applications. Nov. 2000. PP. 248–252.

6. *Pimbley J.M.* Iterative solutions of the generalized diode equation. IEEE Transactions on Electron Devices. May 1992. Vol. 39. PP. 1268–1269.

7. *Banwell T.C.* Bipolar transistor circuit analysis using the Lambert W-function. IEEE Trans-

actions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. Nov. 2000. Vol. 47. PP. 1621–1633.

8. *Horenstein M.N.* Microelectronic Circuits and Devices. 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996. P. 121.



Новости мира News of the World Новости мира

Sony создала 3D-дисплей с углом обзора 360°

На выставке Digital Content Expo 2009, которая проходила в Токио в октябре, японская компания Sony показала свою новейшую уникальную разработку – 3D-дисплей с углом обзора 360 градусов. Причём трёхмерным изображением на этом экране зритель может наслаждаться без необходимости надевать специальные очки.

Пока что известно мало деталей о технических особенностях восточного чуда техники. Дисплей выполнен в виде цилиндра, что позволяет осматривать трёхмерный объект со всех сторон. Диаметр этого цилиндра составляет 13 см, а высота – 27 см.

По мнению разработчиков, 360-градусный дисплей может использоваться в качестве информационного стенда на выставках, для показа рекламы в общественных местах, а также подойдёт для просмотра 3D-фотографий в домашних условиях. Но говорить о коммерческом применении пока рано. Сам дисплей является ещё только прототипом. К тому же его разрешение составляет всего 96 × 128 пикселей.

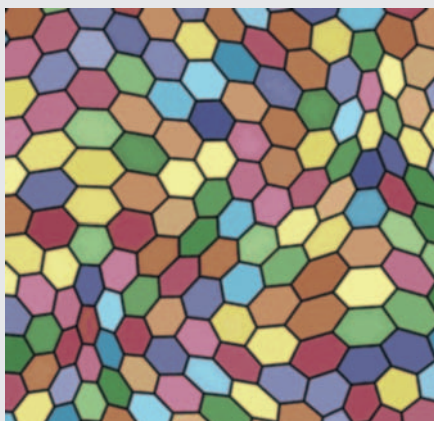
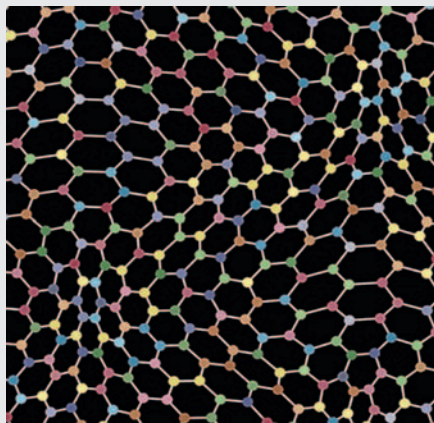
Компания Sony активно продвигает идею создания устройств воспроизведения трёхмерного контента. В следующем году она намерена выпустить жидкокристаллический телевизор, способный показывать 3D-изображения. Также в планах производителя добавление поддержки 3D в популярную игровую консоль PlayStation 3, ноутбуки VAIO, проигрыватели Blu-ray.

PC World

Растягивание графена превратило его в полупроводник

Исследователи Манчестерского университета (University of Manchester), института материаловедения (Institute of Materials Science) Мадрида и университета Неймегена (University of Nijmegen) обнаружили, что обычное растягивание графена может превратить его в хороший полупроводник.

Хотя графену выдано уже множество авансов как основе будущей электроники, камнем преткновения оставалось отсутствие разрыва в его энергетическом спектре. Этот зазор является характерной чертой кремния и других полупроводниковых материалов, ис-



пользуемых в полупроводниковой промышленности. Учёные уже могут создавать графеновые транзисторы и более компактными, и более быстрыми, чем устройства из других материалов, но они допускают утечку энергии даже в нерабочем состоянии. И это делает невозможным использование их в ИС с плотной компоновкой.

Графен, как известно, обладает гибкостью и может быть растянут на 20% без каких-либо последствий. Учёные утверждают, что если к его кристаллической решётке приложить внешние силы в направлении трёх основных направлений, открывается полупроводниковый зазор, который достаточен для использования в электронике.

Техническая деформация графена может также привести к появлению новых производных, которые будут демонстрировать более высокие или совершенно другие свойства в сравнении с исходным материалом. Такая изменчивость является уникальным свойством графена. Исследователи говорят, что описанный механизм открывания зазора имитирует влияние очень сильного магнитного поля на графен, причём растя-

гивание сопровождается такими интересными явлениями, как квантовый эффект Холла и топологические фазовые переходы.

University of Manchester

Разработаны цветные прозрачные солнечные ячейки

На обычные солнечные ячейки для максимальной эффективности солнечные лучи должны попадать под прямым углом, в противном случае количество вырабатываемого электричества существенно снижается. Таким образом, применение этих устройств, например, в архитектуре, сильно ограничено. Разработанный в Иерусалиме новый тип панелей преодолевает данное препятствие – используется как прямой, так и рассеянный свет. Видимое и ультрафиолетовое излучение собирается без нагревания элемента. Выглядит разработка как цветное стекло, но на самом деле это высокотехнологичный продукт, в котором применены наночастицы и флюоресцентные добавки. Плюс ко всему – стоимость позволяет говорить о потенциальном преимуществе на рынке над обычными полупроводниковыми компонентами.

Созданы панели начинающей Тель-Авивской компанией GreenSun Energy. Количество кремния в них снижено на 80% по сравнению с традиционной технологией. При попадании света под любым углом частицы флюоресцентного красителя поглощают его, однако вместо последующего излучения во всех направлениях благодаря взаимодействию с металлическими наночастицами свет превращается в поверхностные плазмоны, доставляющие энергию к граням материала, на которые нанесён кремний. Чувствительность к широкому спектру электромагнитных волн позволяет избежать больших потерь на нагревание ячеек неиспользуемым светом. В настоящий момент исследователи добились 12% эффективности, а стоимость производства составляет \$2,1/Вт, тогда как доступные на рынке предложения ограничены \$4,54/Вт. Компания работает над повышением коэффициента фотоэлектрической трансформации, ведь 12% – это мало, если за образец принять рекордное значение – 43%. Ближайшей целью является достижение 20% и снижение стоимости до \$0,94/Вт.

www.greensun.biz