

# MathSpice – аналитический PSpice движок для OrCAD и MicroCAP

## Часть 6. Расчёт цепей переменного тока в MathSpice

Олег Петраков (Москва)

Анализ цепей переменного тока наиболее эффективен, если есть возможность использовать аппарат комплексных чисел, преобразование Лапласа и преобразование Фурье. MSpice отлично справляется с такими задачами для линейных схем.

MSpice позволяет вводить комплексные числа непосредственно в схему OrCAD (Schematics) или MicroCAP и после получения аналитического решения переносить их в проект, что наглядно и удобно для визуального контроля ошибок ввода. При использовании метода Лапласа MSpice обеспечивает получение уравнений цепи и их решение в операторной форме, что достаточно для анализа цепей переменного тока. MSpice имеет Smart-директиву AV() и AVM() для перевода операторной функции в частотную область ( $K(w) = AV(H(s)), |K(w)| = |AVM(H(s))$ ). Это означает, что если мы имеем операторное решение, то задача для цепи переменного тока в принципе решена.

### Активный полосовой фильтр на 1 МГц с ТОС ОУ

MSpice содержит встроенный справочник по поддерживаемым аналитическим моделям. При необходимости пояснить ход расчётов рисунок модели можно вывести на экран. Это очень удобно, так как схема рисуется в привычных УГО, как показано на рис. 1. Но вместо операционного усилителя используется схема замещения, показанная на рис. 2. Если вы передадите материалы колле-

гам и не покажете схему замещения, им будет непонятно происхождение некоторых переменных в выражениях. Разумеется, аналитические расчёты нужны не всем, а только тем, кто ищет первопричины или новые решения. График можно получить и в PSpice, а вот получить расчётные соотношения для синтеза можно только в MSpice.

Ранее реализация активных фильтров на частотах выше 1 МГц считалась неэкономичной. В настоящее время задача решается в лоб, с использованием операционного широкополосного усилителя с токовой обратной связью (ТОС ОУ).

Применение аналитической модели (рис. 2) позволяет получить верхнюю оценку показателей неидеальности ТОС ОУ, при которых возможна реализация требуемого фильтра. Вводим:

```
> restart: read(`F:/PMAPLE/ESolver.m`); with(MSpice): Devices:= [0, [TOP, AC1, 2]]; ESolve(Q, `op-PSpiceFiles/SCHEMATIC1/SCHEMATIC1.net`);
```

Система уравнений Кирхгофа для трансимпедансной модели ОУ:

$$H := \frac{Rt s C^2 (Rg + RF)}{s^3 C^2 Rg^2 C1 RF RI + ((C^2 Rg^2 + 4 C 2 Rg C1 RF) RI + C 2^2 Rg^2 RI) s^2 + (((- RI + 3 Rg) C 2 + 2 C1 RF) RI + 4 C 2 RF Rg) s + 2 RI + 2 RI}$$

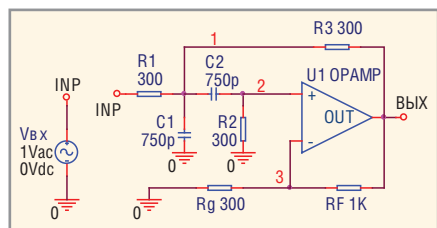


Рис. 1. Схема полосового фильтра на ТОС ОУ

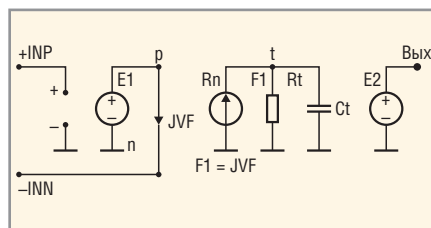


Рис. 2. AC1 модель операционного усилителя

$$\begin{aligned} -\frac{Vt1}{Rl} - JVF1U1 - Vt s Ct &= 0, \\ -\frac{V2}{R2} - (V2 - V1) s Ct &= 0, \\ (V2 - V1) s C2 + \frac{Vt1 - V1}{R3} - \frac{V1 - Vax}{R1} - V1 s C1 &= 0, \\ V3 &= -VF1U1 + V2. \end{aligned}$$

Входные токи управляемых источников:

$$JVF1U1 = \frac{Vt1 - V2 + VF1U1}{RF} + \frac{-V2 + VF1U1}{Rg}$$

Ищем решения системы уравнений для  $Vt1, V2, V1, V3$ .

```
Заданы узлы: {VINP} Источники: [Vvx, VF1U1]
Решения V_NET: [Vp1, Vt1, VBВХ, V2, V1, V3]
J_NET: [JVvx, JVF1U1, JR1, JC2, JRF, JR3, JRg, JR2, JC1, JRt, Jct, Jft]
```

Пусть для фильтра выполняются условия

```
> R1:=Rg; R2:=Rg; R3:=Rg; C1:=C2;
```

Тогда частотно-зависимый коэффициент передачи

```
> H:= VBВХ/Vvx;
```

будет выглядеть так:

Для получения графика АЧХ вводим:

```
> Values(AC, RLCVI, []);
H:=evalf(H, 2);
HSF([H], f=1e5..1e7, "3) semi-АЧХ$200 полосового фильтра на ТОС ОУ");
```

Вводим номиналы компонентов:

```
R1:=300: [300]
C2:=750e-12: [750p]
RF:=1e3: [1K]
R3:=300: [300]
Rg:=300: [300]
R2:=300: [300]
C1:=750e-12: [750p]
Rt:=10e6: [10MEG]
Ct:=1/(2*Pi*Ft):
Ft:=10e9: [10G]
AC источник: Vvx:=0: AC: Vvx:=1:
Pphase(degrees):=0:
E1_U1:=(V2*1):
DC источник: VF1U1:=0: AC:
VF1U1:=0:
F1_U1:=(JVf1U1*1):
```

Получаем числовое решение:

$$H:=9,8s / (0,8 \times 10^{-14} s^3 + 0,64 \times 10^{-6} s^2 - 0,34 s + 0,2 \times 10^8).$$

АЧХ полосового фильтра на ТОС ОУ показан на рис. 3.

### Пассивный фильтр М-типа

Возможность вместо номиналов компонентов писать формулы позволяет проектировать весьма сложные фильтры и получать очень простые аналитические выражения для их расчёта. Теперь можно учитывать влияние нагрузки, активное сопротивление катушек и скин-эффект. Можно даже добавить магнитную связь между катушками. Если вы не переусердствуете, то решение будет найдено.

Для примера произведём расчёт нагруженного пассивного избирательно-го фильтра М-типа (рис. 4). Вводим:

```
> restart:with(plots):re-
ad(`F:/PMAPLE/ESolver.m`);with(MS
pice):
ESolve(L_N, `MF/RC-
PspiceFiles/SCHEMATIC1/SCHEMATIC1
.net`):
Имя_проекта:=`Полосовой фильтр М-
типа`:
```

Получаем систему уравнений Кирхгофа–Лапласа для цепи:

$$\frac{VOUT - V2}{sL2} - \frac{VOUT}{R2} - (VOUT - V1)sC1 = 0$$

$$\frac{VOUT - V2}{sL2} - (V2 - V3)sC2 = 0,$$

$$(V2 - V3)sC2 - \frac{V3}{sL3} - V3sC3 = 0,$$

$$(VOUT - V1)sC1 - \frac{V1 - Vin}{sL1} = 0.$$

Ищем решения системы для VOUT, V1, V2, V3.

```
Заданы узлы: {VINP} Источники:
[Win]
Решения V_NET: [VOUT, V1, V2, V3]
J_NET: [JL1, JL3, JL2, JVin, JC3,
JR2, JC2, JC1]
> H:=simplify(VOUT/VINP):
> Values(AC,RLCVI, [ ]);
```

Вводим параметры компонентов:

```
L2 := (1/2) * (1-m^2) * L/m:
R2 := RL:
C2 := 2*m*C / (1-m^2):
C1 := 2*C/m:
L1 := (1/2) * m*L:
L3 := 2*L/m:
C3 := (1/2) * m*C:
AC источник: DC: Vin:=1: AC:
Vin:=1: Pphase(degrees):=0:
```

Получаем решение:

$$H:= 2(-L^2C^2s^2 + L^2C^2s^4m^2 - 6s^2CL + 2s^2CL + 2s^2CLm^2 - 1 + m)sCRL / (-12s^3C^2LRL - 7L^2C^2s^2m + 3L^2C^2s^4m^3 - 7s^2CLm + 3s^2CLm 3s^2CLm^3 - m + m^3 - 2sCRL - 2L^2C^3RLs^5 - s^6C^3L^3m + s^6C^3L^3m^3).$$

Вводим цифровые данные:

```
> L:=500e-6: C:=500e-12:
RL:=100e3: m:=12: Digits:=4:
> H:=H;
HSF([H], f=1e5..1e6, cat("2) semi-
log[AH]", Имя_проекта));
> PlotPZ(H, f, "6) М-фильтр.");
```

Получаем числовое решение для АЧХ:

$$H:= 0,001000(8,938 \times 10^{-24}s^4 + 7,050 \times 10^{-11}s^2 + 143)s / (2,681 \times 10^{-35}s^6 - 6,250 \times 10^{-30}s^5 + 3,188 \times 10^{-22} - 1,500 \times 10^{-16}s^3 + 1,275 \times 10^{-9}s^2 - 0,0001000s + 1716).$$

Кроме того, получаем график АЧХ (рис. 5), карту полюсов (рис. 6) и карту нулей (рис. 7) М-фильтра.

Расположение (годограф) всех корней операторной передаточной функции (рис. 8) найдём с помощью команд Rootlocus():

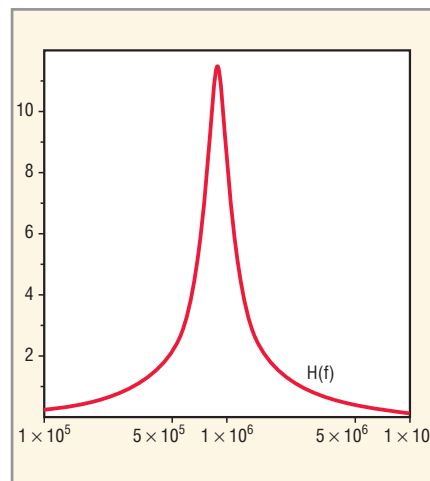


Рис. 3. АЧХ полосового фильтра на ТОС ОУ

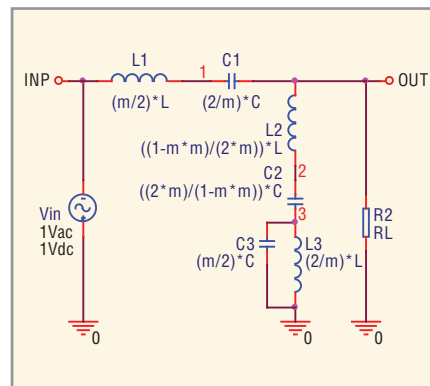


Рис. 4. Схема пассивного М-фильтра

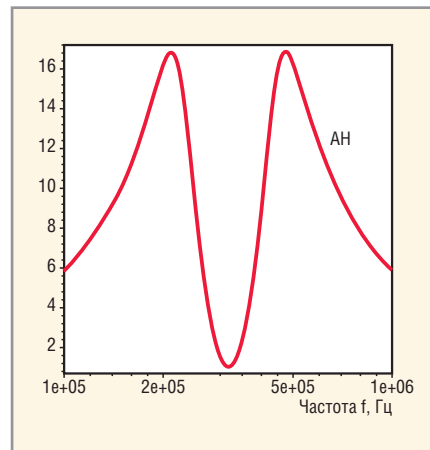


Рис. 5. АЧХ М-фильтра

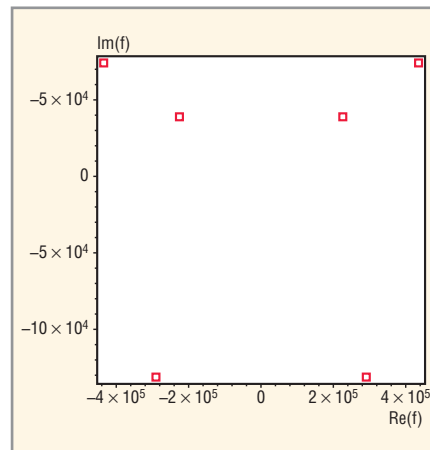


Рис. 6. М-фильтр. Карта полюсов

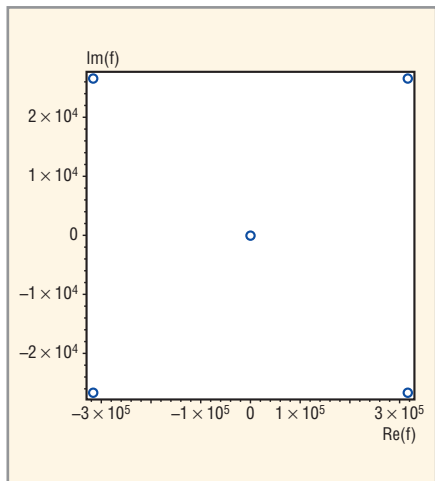


Рис. 7. М-фильтр. Карта полей

```
> rootlocus(H, s, -0.13..0.13, style=point, color=red, axes=normal);
```

Для получения передаточной функции и годографа М-фильтра в частотной области вводим:

```
> K:=AV(H, f); complex-plot(K, f=0..1e8, numpoints=1000);
```

и получаем числовое решение:

$$K := 0,0002I(1,430 \times 10^{-22}\pi f^4 - 2,820 \times 10^{-10}\pi f^2 + 143)\pi f / (-1,716 \times 10^{-33}\pi f^6 - 2,000 \times 10^{-28}/\pi^5 f^5 + 5,101 \times 10^{-21}\pi f^4 + 1,200 \times 10^{-15}I\pi^3 f^3 - 5,100 \times 10^{-9}\pi^2 f^2 - 0,000200I\pi f + 1716).$$

Частотный годограф М-фильтра показан на рис. 9.

### ФИЛЬТР ТРАКТА УПЧ 465 КГЦ НА ЧЕТЫРЁХ СВЯЗАННЫХ КОНТУРАХ

Наверняка вы в первый раз увидите решение задачи для четырёх связанных контуров (рис. 10) без всяких допущений: задача невыполнима без MSpice. В принципе можно было бы найти полосу и выразить её через номиналы компонентов, но это выходит за рамки статьи. На сайте [www.pspicelib.narod.ru](http://www.pspicelib.narod.ru) вы можете скачать многие исходники и продолжить расчёты.

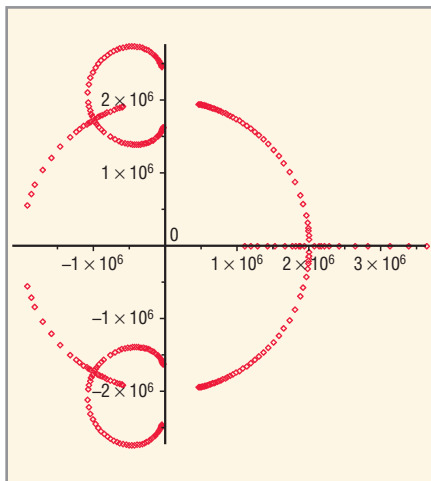


Рис. 8. Rootlocus М-фильтра

Считается, что время LC-фильтров прошло. Однако кварцевые и ПАВ-фильтры выдают слабый сигнал, который требует усиления. Когда речь идёт о передаче через фильтр десятков и сотен ватт, например, в радиопередающих устройствах и импульсных источниках питания, то расчёт LC-фильтров остаётся актуальным.

Система Киргофа–Лапласа для этого фильтра выглядит так:

$$\begin{aligned} & \frac{V2 - V0\_1}{s(L1_1 - K1\sqrt{L1_1 L2_1})} + \frac{VINP - V0\_1}{s(L2_1 - K1\sqrt{L1_1 L2_1})} - \frac{V0\_1}{sK1\sqrt{L1_1 L2_1}} = 0, \\ & \frac{VOUT - V0\_2}{s(L1_2 - K2\sqrt{L1_2 L2_2})} + \frac{V4 - V0\_2}{s(L2_2 - K2\sqrt{L1_2 L2_2})} - \frac{V0\_2}{sK2\sqrt{L1_2 L2_2}} = 0, \\ & \frac{VOUT}{R3} - VOUT s C3 - \frac{VOUT - V0\_2}{s(L2_2 - K2\sqrt{L1_2 L2_2})} = 0, \end{aligned}$$

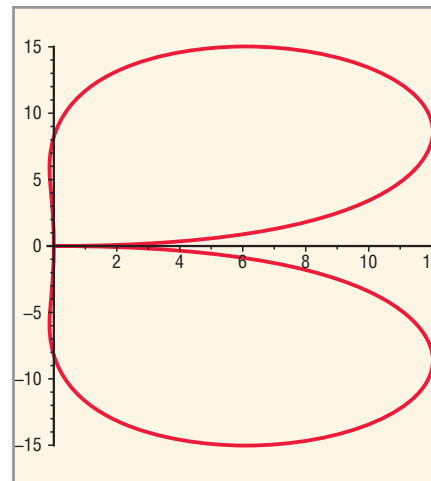


Рис. 9. Годограф М-фильтра

$$\begin{aligned} & -\frac{V4}{R8} - V4 s C4 - (V4 - V2) s C5 - \frac{V4 - V0\_2}{s(L2_2 - K2\sqrt{L1_2 L2_2})} = 0, \\ & -\frac{VINP}{R1} - VINP s C1 + I1 - \frac{VINP - V0\_1}{s(L2_1 - K1\sqrt{L1_1 L2_1})} = 0, \\ & (V4 - V2) s C5 - \frac{V2}{R7} - V2 s C2 - \frac{V2 - V0\_1}{s(L1_1 - K1\sqrt{L1_1 L2_1})} = 0. \end{aligned}$$

Решение ищем для V0\_1, V0\_2, VOUT, V2, V4, VINP.

Вводим:

```
> restart:read(`F:/PMAPLE/ESolver.m`);with(MSpice):ESolve(EQ, `KK4.СКТ`);
Заданы узлы: {} Источники: [I1]
Решения V_NET: [V0_1, V0_2, VOUT, V2, V4, VINP]
J_NET: [J1, JC1, JC2, JC3, JC4, JC5, JR1, JR3, JR7, JR8, JK1, JK2, JL1[1], JL2[1], JL1[2], JL2[2]]
> OUT:=simplify(VOUT);
> Values(AC,PRN,[K1]): VOUT:=simplify(VOUT);
```

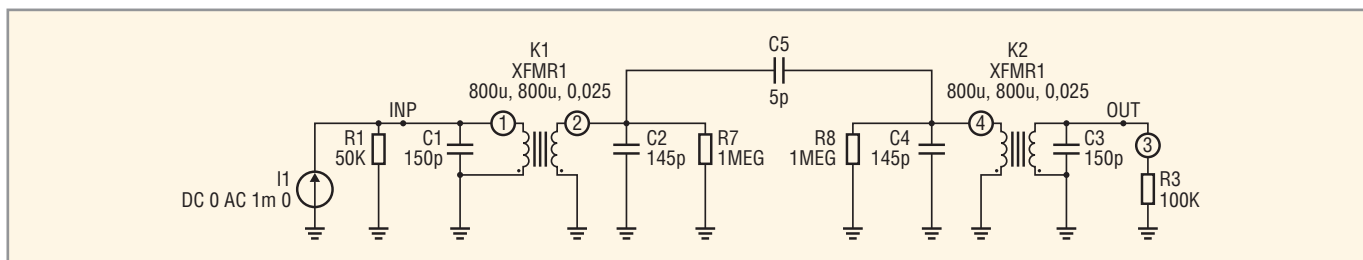


Рис. 10. Схема полосового фильтра на 465 кГц

Получаем решение:

$$VOUT = -1,2 \times 10^{30} s^3 K1 / (-4,1 \times 10^{44} s - 1,6 \times 10^{19} s^5 - 6,2 \times 10^5 s^7 - 9,4 \times 10^{13} s^6 - 1,3 \times 10^{32} s^3 + 3s^8 K1^2 - 7,5 \times 10^{39} s^2 - 1,3 \times 10^{27} s^4 - 3s^8 + 2,1 \times 10^{26} s^4 K1^2 + 2,0 \times 10^{35} K1^2 s^2 - 1,6 \times 10^{52} + 8,8 \times 10^{18} s^5 K1^2 + 4,7 \times 10^{13} s^6 K1^2 + 3,0 \times 10^{31} s^3 K1^2 + 6,6 \times 10^5 s^7 K1^2).$$

Построим график АЧХ. Для этого вводим:

```
> OUT:=evalf(abs(subs(s=I*2*Pi*f,
OUT))) :
plot([eval(OUT,K1=0.02),eval(OUT,
K1=0.03),eval(OUT,K1=0.05),eval
(OUT,K1=0.07)] ,
f=4.3e5..4.9e5,thickness=3,leg-
end=["K1=0.02","K1=0.03","K1=0.05
","K1=0.07"],
color=[black,red,blue,gold],la-
bels=["Частота f (Гц)","OUT"],
title="Рис. 11. АЧХ полосового
фильтра");
```

Этот график приведён на рис. 11.

### РАБОТА С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ

Комплексные числа позволяют строить простые математические модели цепей синусоидального тока. Однако традиционные методы работы с ними – хлопотливое дело

$$V1 := \frac{Z1Z4VIN2 + Z3Z2VIN1 + Z3Z4VIN1 + Z2Z4VIN1}{Z4Z3 + Z2Z3 + Z2Z4 + Z4Z1 + Z2Z1},$$

$$V4 := \frac{Z4(Z3VIN2 + Z1VIN2 + Z2VIN1)}{Z4Z3 + Z2Z3 + Z2Z4 + Z4Z1 + Z2Z1}.$$

Вводим номиналы компонентов, переопределяем операторную переменную  $s$  и указываем рабочую частоту  $f = 1$  кГц:

```
> Values(AC,RLCVI,[]):
s:=I*2*Pi*f: f:=1000:
Z1 := 68+100*I:
Z2 := 15-56*I:
Z3 := -80*I:
Z4 := -634*I:
AC источник: VIN1:=0: AC:
VIN1:=2: Pphase(degrees):=30:
AC источник: VIN2:=0: AC:
VIN2:=3: Pphase(degrees):=45:
```

$$VIN1 = \sqrt{3} + 1,$$

$$VIN2 = \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{3}{2}\sqrt{2}.$$

даже с таким калькулятором, как MathCAD. MSpice решает задачу радикально: комплексные числа вводятся непосредственно в электрическую схему. Это удобно, наглядно и понятно. Решение можно получить для любого узлового напряжения или тока ветви. На рис 12 дана схема, где все компоненты имеют комплексное сопротивление. Найдём напряжения  $V1$  и  $V4$ . Получаем систему уравнений Киргофа для этой цепи:

$$\frac{VIN2 - V4}{Z2} - \frac{V4}{Z4} - \frac{V4 - V1}{Z3} = 0,$$

$$\frac{VIN1 - V1}{Z1} + \frac{V4 - V1}{Z3} = 0.$$

В качестве решения ищем  $V1$  и  $V4$ . Вводим:

```
> restart:read('F:/PMAPLE/ES-
olver.m');with(MSpice):ESolve(Qwr,
'03.СКТ'):
Заданы узлы: {V2, V3} Источники:
[VIN1, VIN2]
Решения V_NET: [V1, V4]
J_NET: [JZ3, JZ4, JVIN1, JZ1,
JZ2, JVIN2]
> V1:=simplify(V1); V4:=sim-
plify(V4);
```

И получаем ответы:

Ищем численные решения для  $V1$  и  $V4$ . Для этого вводим:

```
> V1:=evalf(V1);
V4:=evalf(V4);
V1:=0,5788331159 + 1,6305847151I,
V4:=1,444268180 + 1,71462788I.
```

Представим те же решения в полярной форме:

$$\text{polar}\left(|Z|, \arctan\left(\frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)}\right)\right),$$

или  $\text{polar}$ (модуль, фаза). Фаза будет представлена в радианах:

```
> V1:=evalf(convert(V1,polar));
V4:=evalf(convert(V4,polar));
```

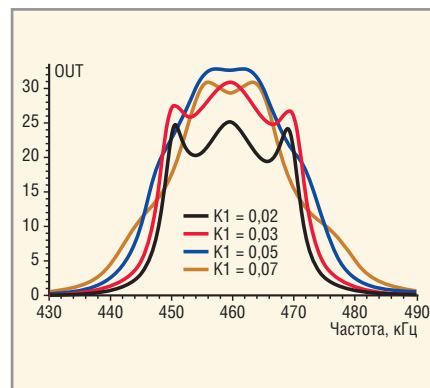


Рис. 11. АЧХ полосового фильтра

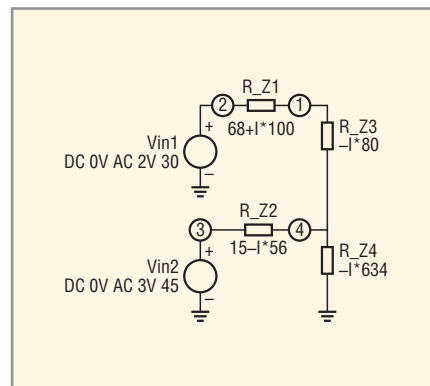


Рис. 12. Схема цепи переменного тока

$$V1 = \text{polar}(1,730275784, 1,229687448),$$

$$V4 = \text{polar}(2,241831302, 0,87077225297).$$

Если задача требует, то фазу из радиан можно перевести в градусы следующими командами:

```
> Pphase_V1:=evalf(convert(argument(V1),degrees));
Pphase_V4:=evalf(convert(argument(V4),degrees));
Pphase_V1:= 70,455590086degrees,
Pphase_V4:= 49,89159084degrees.
```

Решения сразу для всех напряжений и токов можно увидеть, если ввести команды:

```
> Напряжения:=evalc(V_NET);
Токи:=evalc(J_NET);
Напряжения:= [1,44 + 1,71I, 0,58 +
+ 1,63I],
Токи = [-0,0037 + 0,016I,
0,001 - 0,0108I,
-0,0037 + 0,013I, 0,001 + 0,01I,
0,0027 - 0,0022I, 0,001 - 0,0108I].
```

Решения получены в виде списка, имена элементов которых указаны сразу после уравнений Кирхгофа. ☺

Продолжение следует