Цифровой прецизионный узкополосный фильтр

Наталья Гудкова (Ростовская обл.)

В статье рассматривается задача цифровой узкополосной фильтрации, базирующейся на принципах адаптивного подавления помех. Выполнен анализ схемы одночастотного адаптивного фильтра. Получены дискретные передаточные функции и соответствующие им алгоритмы функционирования узкополосных фильтров с заданной частотой настройки. Разработана простая методика синтеза, обеспечивающая требуемые значения добротности и быстродействия фильтров. Показано, что динамические характеристики предлагаемых алгоритмов полностью соответствуют динамическим характеристикам алгоритмов адаптивного фильтра второго порядка с перестраиваемыми весовыми коэффициентами. Приведены результаты компьютерного моделирования, подтверждающие эффективность предложенных решений.

Введение

Одной из функций систем цифровой обработки сигналов в радиолокации, телефонии, гидроакустике и т.д. является подавление либо выделение гармонического сигнала из аддитивной смеси этого сигнала с комбинацией некоррелированных с ним сигналов (детерминированных, случайных, периодических, импульсных и т.д.). Например, полезный сигнал содержит несколько периодических составляющих с близкими частотами, и требуется выделить каждую из них. Для этого необходимо использовать цифровой фильтр с очень узкой полосой, так называемый одночастотный фильтр.

Синтез таких устройств в виде обычных цифровых (рекурсивных либо нерекурсивных) фильтров зачастую приводит к сложным алгоритмам, практическая реализация которых вызывает серьёзные затруднения.

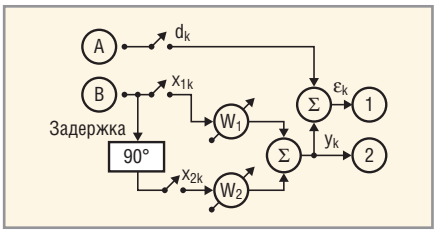

Рис. 1. Схема одночастотного адаптивного фильтра

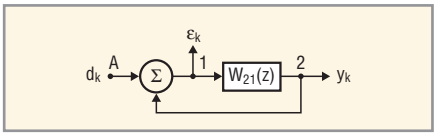

Рис. 2. Структурная схема адаптивного фильтра на заданной частоте

В настоящей работе предлагается простое и эффективное решение задачи цифровой узкополосной фильтрации, полученное автором на основе реализации адаптивного устройства подавления помех [1].

Постановка задачи

Схему адаптивного одночастотного режекторного фильтра можно представить в виде, показанном на рисунке 1. На вход А устройства поступают отсчёты сигнала $d_k = s_k + x_{0k}$ где s_k – сигнал произвольной формы, а x_{0k} – не коррелированный с ним синусоидальный сигнал частоты f_0 На эталонном входе В действует сигнал:

$$x_{1k} = \cos(k\omega_0 + \phi),$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0 T$, $T = 1/f_д$ – интервал отсчётов, $f_д$ – частота дискретизации.

Алгоритм работы адаптивного фильтра записывается следующим образом:

$$y_k = x_{1k}w_{1k} + x_{2k}w_{2k}$$
$$\varepsilon_k = d_k - y_k, \qquad (1)$$

где сигнал x_{2k} представляет собой задержанный на 90° эталонный сигнал x_{1k}, ε_k – сигнал на выходе 1, y_k – сигнал фильтра на выходе 2.

Перестраиваемыми (адаптивными) параметрами фильтра являются весовые коэффициенты w_1 и w_2, которые на каждой итерации вычисляются градиентным методом наименьших квадратов по формулам:

$$w_{1(k+1)} = w_{1k} + 2\mu\varepsilon_k x_{1k}$$

$$w_{2(k+1)} = w_{2k} + 2\mu\varepsilon_k x_{2k}, \qquad (2)$$

где μ – параметр сходимости алгоритма адаптации.

После завершения процесса адаптации весовые коэффициенты принимают значения, минимизирующие среднеквадратическую ошибку СКО = $= E[(y_k - x_{0k})^2] = E[(\varepsilon_k - s_k)^2]$.

Как отмечено [1], при медленных адаптивных процессах весовые коэффициенты сходятся практически к фиксированным значениям, при которых величины $\varepsilon \cong s$, $y \cong x_0$.

Анализ показал, что схема адаптивного фильтра, приведённая на рисунке 1, обладает свойствами как режекторного, так и избирательного фильтров, т.е. на выходе 1 система осуществляет режекцию, а на выходе 2 – выделение любой коррелированной с эталонным сигналом синусоидальной составляющей сигнала, поступающего на вход А.

Следует отметить, что для реализации режима адаптивной фильтрации на произвольной (неизвестной) частоте необходимо подать на вход В эталонный сигнал, который должен поступать в устройство ЦОС от внешнего источника в режиме реального времени, что не всегда возможно. Кроме того, определённую трудность вызывает процедура формирования фазового сдвига $\phi = \pi/2$ между сигналами x_{1k} и x_{2k}.

Решение задачи

Задача обработки существенно облегчается, если частота f_0 заранее известна. В этом случае сигналы x_{1k} и x_{2k} достаточно просто формируются в виде числовых последовательностей непосредственно в устройстве ЦОС, причём сигнал x_{2k} можно представлять в виде задержанного на m тактов сигнала x_{1k}, т.е. $x_{2k} = x_{1(k-m)}$, где

$$m = \frac{\phi}{\omega_0} = \frac{1}{4 f_0 T}.$$

Ещё более простым способом реализации фильтра с заданной частотой настройки f_0 является построение алгоритмов фильтрации по приведённой в [2] математической модели адаптивного фильтра. В этом случае структурная схема рис. 1 может быть представлена в виде, показанном на рисунке 2. Здесь дискретная передаточная функция

© СТА-ПРЕСС

(ПФ) фильтра между точками 2 и 1, т.е. ПФ разомкнутой системы, имеет вид:

$$W_{21}(z)=\frac{Y(z)}{E(z)}=\frac{2\mu(z\cos\omega_0-1)}{z^2-2z\cos\omega_0+1},$$

а дискретные ПФ между точками 1 и А, 2 и А (ПФ замкнутой системы) равны соответственно

$$W_{\varepsilon d}(z)=\frac{E(z)}{D(z)}=$$

$$=\frac{(1-\mu)\left(z^2-2z\cos\omega_0+1\right)}{z^2-2z(1-\mu)\cos\omega_0+1-2\mu} \quad (3)$$

и

$$W_{yd}(z)=\frac{Y(z)}{D(z)}=$$

$$=\frac{\mu\left(z^2-1\right)}{z^2-2z(1-\mu)\cos\omega_0+1-2\mu}, \quad (4)$$

где $z=e^{j\omega}$, $D(z)$, $Y(z)$ и $E(z)$ – z-изображения сигналов d_k, y_k, и ε_k.

Анализ выражений (3) и (4) показывает, что на частоте эталонного сигнала $\omega=\omega_0$ ПФ $W_{\varepsilon d}(z)$ равна нулю, т.е. выход 1 (см. рис. 2) обладает свойствами режекторного фильтра, а ПФ $W_{yd}(z)$ равна единице, т.е. выход 2 выполняет функцию избирательного фильтра. На рисунке 3 показаны АЧХ такого узкополосного фильтра, полученные из его передаточных функций. Как видно из рисунка, характеристики $A_1(\omega)$ и $A_2(\omega)$ практически являются обратными друг другу.

Условие устойчивости схемы нетрудно определить по характеристическому полиному системы. Корни характеристического полинома, т.е. полюса ПФ $W_{\varepsilon d}(z)$ и $W_{yd}(z)$ расположены на плоскости z в точках:

$$z_{1,2}=(1-\mu)\cos\omega_0\pm$$
$$\pm j[(1-2\mu)-(1-\mu)\cos^2\omega_0]^{1/2}, \quad (5)$$

на расстоянии от начала координат

$$R=(1-2\mu)^{1/2}\cong 1-\mu.$$

Чтобы система была устойчивой, полюса должны находиться внутри круга единичного радиуса. Это условие выполняется при значениях параметра в диапазоне:

$$0<\mu<1. \quad (6)$$

Параметром настройки узкополосного адаптивного фильтра на задан-

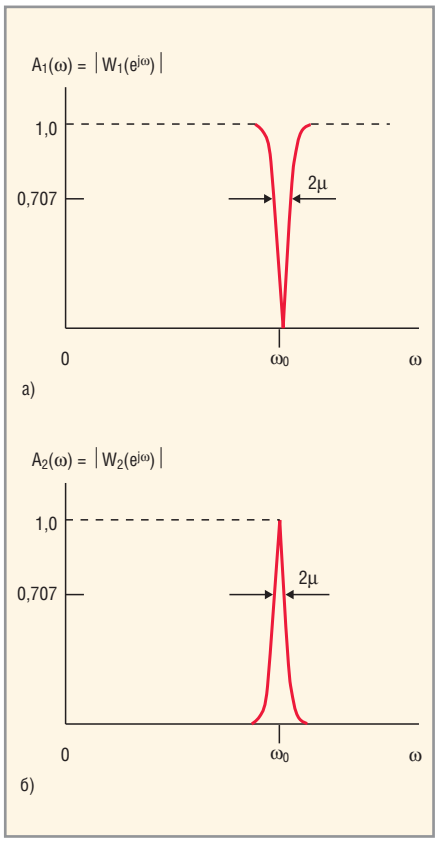

Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики узкополосного фильтра

а) режекторный фильтр,

б) избирательный фильтр

© СТА-ПРЕСС

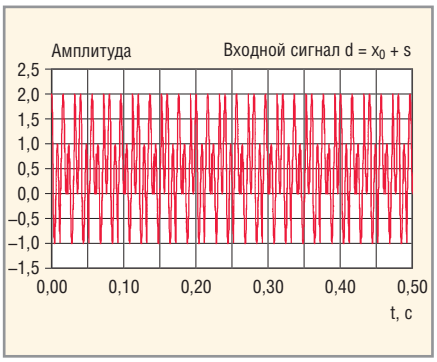

Рис. 4. Входной сигнал фильтра

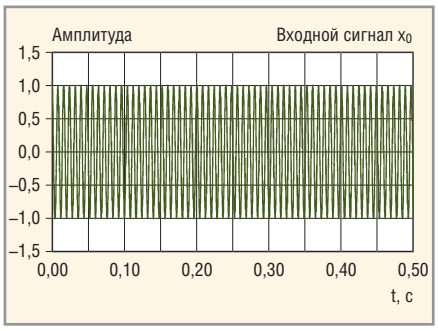

Рис. 5. Синусоидальная составляющая входного сигнала

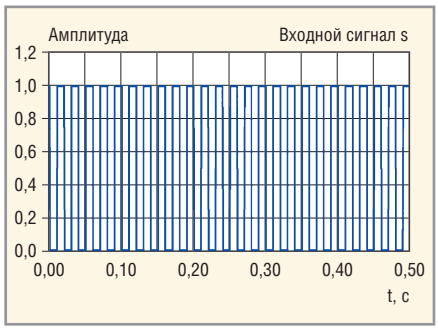

Рис. 6. Импульсная составляющая входного сигнала

ную частоту f_0 при выбранном интервале отсчетов T является коэффициент сходимости алгоритма адаптации μ. Этот параметр выбирается, исходя из требований к качеству фильтрации, которое характеризуется тремя основными показателями [2]:

- запасом устойчивости;
- добротностью;
- быстродействием.

Рассмотрим связь между параметром настройки и качеством фильтра. Добротность определяется формулой:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\mu} = \frac{\pi T f_0}{\mu}, \qquad (7)$$

где ω_0 – центральная частота (частота настройки фильтра). Чем выше добротность, тем выше точность, которая оценивается величиной СКО.

Быстродействие определяется временем адаптации (временем сходимости СКО к минимальному значению) τ_a с помощью выражения:

$$\tau_a \cong T_a T, \qquad (8)$$

где T_a – число отсчётов адаптивного процесса.

В свою очередь, величина T_a может быть приближённо вычислена по формуле:

$$T_a \cong \frac{2}{\mu}. \qquad (9)$$

Таким образом, время адаптации составляет:

$$\tau_0 \cong \frac{2T}{\mu}. \qquad (10)$$

Из выражений (7) и (10) следует важная зависимость между добротностью и быстродействием фильтра:

$$\frac{Q}{\tau_0} \cong \frac{\pi f_0}{2}. \qquad (11)$$

Приведённые соотношения показывают, что чем выше требования к добротности, тем меньше должен быть коэффициент μ и больше интервал отсчётов T, что приводит к увеличению запаса устойчивости и времени переходного процесса τ_a.

Учитывая изложенное, значение μ целесообразно выбирать по формулам (7), (10), (11) в границах (6), в зависимости от того, какой из показателей является приоритетным для решаемой задачи. Например, при ограниченном времени существования входного сигнала необходимо, прежде всего, обеспечить минимальное значение величины τ_a для приемлемой величины Q.

Из передаточных функций (3) и (4) легко получаются выражения для алгоритмов фильтрации на заданной частоте f_0, представляющие собой последовательности отсчётов:

$$\varepsilon_k = (1-\mu)\times 2\cos\omega_0\varepsilon_{k-1} - (1-2\mu)\varepsilon_{k-2} + (1-\mu)\times (d_k - 2\cos\omega_0 d_{k-1} + d_k - 2); \qquad (12)$$

$$y_k = \mu(d_k - d_{k-2}) + 2(1-\mu)\times \cos\omega_0 y_{k-1} - (1-2\mu)y_{k-2}. \qquad (13)$$

Как видно из выражений (12) и (13), программная реализация этих алгоритмов является более простой и экономичной по сравнению с адаптивными алгоритмами (1) вследствие того, что отпадает необходимость формировать и обрабатывать сигналы x_{1k}, x_{2k} и выполнять операцию перемножения переменных при вычислении весовых коэффициентов (2).

Следует также отметить две парадоксальные, на первый взгляд, особенности, составляющие преимущества данного фильтра перед традиционными узкополосными фильтрами:

- хотя дискретные математические модели (3) и (4) имеют стандартный вид ПФ обычных линейных рекурсивных фильтров второго порядка, динамические характеристики алгоритмов (12) и (13) полностью соответствуют динамическим характеристикам адаптивного варианта фильтра с перестраиваемыми весовыми коэффициентами;
- процедура синтеза рассматриваемого фильтра весьма проста, т.к. его добротность и быстродействие регулируется в широких пределах с помощью единственного параметра μ, в то время как обеспечение высокой добротности обычного цифрового рекурсивного фильтра требует усложнения его структуры и увеличения количества расчётных параметров. При этом, в отличие от синтеза линейных систем, при котором повышение точности приводит к уменьшению запаса устойчивости, увеличение точности предлагаемого фильтра автоматически влечёт за собой повышение запаса устойчивости.

Компьютерное моделирование

На рисунках 4–12 приведены результаты имитационного моделирования процессов настройки фильтра. Входной сигнал d состоит из аддитивной смеси синусоидального сигнала x_0 частотой 125 Гц и прямоугольных импульсов s с частотой 50 Гц. Амплитуда обоих сигналов равна единице. Частота настройки f_0 = 125 Гц, интервал отсчётов сигналов T = 0,00025 с. График сигнала d показан на рисунке 4, а его составляющие – на рисунках 5 и 6. Рисунки 7–12 отражают зависимость точности и быстродействия фильтра от параметра μ.

Из рисунков видно, что с уменьшением величины μ точность настройки фильтра увеличивается, а быстродействие – уменьшается. При этом добротность и время сходимости СКО к минимальному значению близки к своим теоретическим значениям.

Заключение

Результаты проведённых исследований позволяют утверждать, что предлагаемые алгоритмы узкополосной фильтрации,

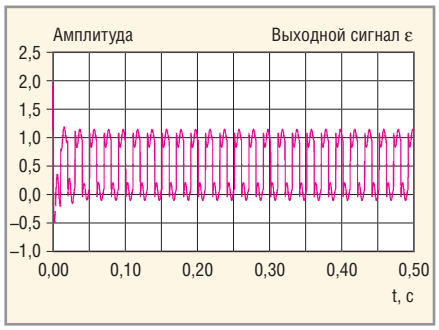

Рис. 7. Сигнал на выходе фильтра 1 при μ = 0,025

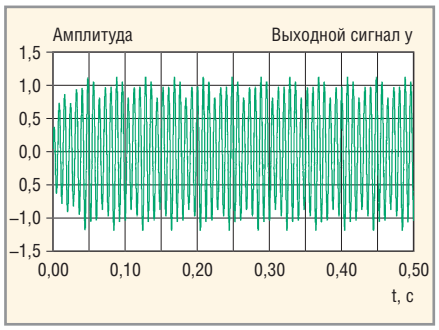

Рис. 8. Сигнал на выходе фильтра 2 при μ = 0,025

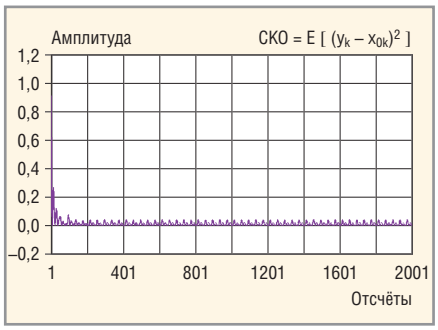

Рис. 9. СКО при μ = 0,025

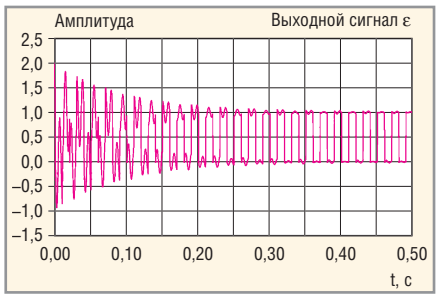

Рис. 10. Сигнал на выходе фильтра 1 при μ = 0,0025

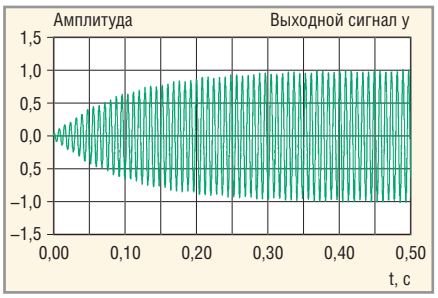

Рис. 11. Сигнал на выходе фильтра 2 при μ = 0,0025

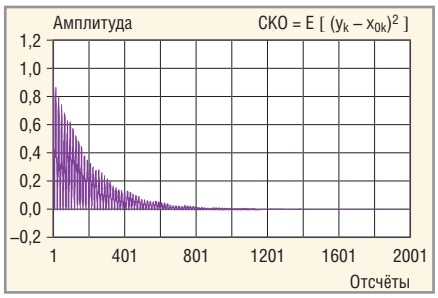

Рис. 12. СКО при μ = 0,0025

базирующиеся на принципах адаптивного подавления помех, просты в реализации и обеспечивают высокую точность выделения синусоидального сигнала заданной частоты из аддитивной смеси не коррелированных с ним сигналов, имеющих близкие частоты.

Приведённая методика синтеза фильтра обеспечивает показатели качества фильтрации, близкие к теоретическим.

Литература

1. *Уидроу Б., Стирнз С.* Адаптивная обработка сигналов. Радио и связь, 1989.

2. *Гудков В.И., Гудкова Н.В.* Программируемый адаптивный многофункциональный фильтр. Материалы Всероссийской научно-технической конф. «Компьютерные технологии в инженерной и управленческой деятельности». Таганрог, ТРТУ, 2001.

© СТА-ПРЕСС